Les dossiers pédagogiques

l'éducateur

ICEM · FIMEM

Pédagogie Freinet

56-57-58

UN TRIMESTRE DE MATHÉMATIQUE LIBRE AU COURS ÉLÉMENTAIRE 2ème ANNÉE

1e PARTIE

●

par Paul LE BOHEC

SUPPLÉMENT
au numéro 10
de juillet 1970

Dans la même collection :

« DOSSIERS PÉDAGOGIQUES »

des numéros pour votre documentation mathématique :

22 :	Expérience de raisonnement mathématique à l'Ecole maternelle
28-29 :	Expériences d'initiation au raisonnement logique
41-42-43 :	Initiation au raisonnement logique à l'Ecole maternelle
46-47-48 :	Une expérience de mathématique libre dans un CE1
56-57-58 :	Un trimestre de mathématique libre au CE2 (I)

autres numéros sur les mathématiques :

15-16 :	Mathématiques au Second degré
32-33 :	L'enseignement mathématique au Second degré
36-37 :	Calcul et mathématique au CM et en classe de Transition
53 :	Transformations et matrices

Dans la collection BEM (Bibliothèque de l'Ec. Moderne)

13-14 : L'enseignement du calcul

●

STRUCTURES DE VIE STRUCTURES MATHÉMATIQUES

livrets d'information pour les maîtres

Ces livrets ne prétendent pas suffire à votre information mathématique. Ils ne vous dispenseront pas de la lecture des livres d'initiation mathématique.

Ils ne sont pas non plus des leçons modèles. Ce n'est pas parce que telle notion a été introduite de telle façon que vous devez en faire autant.

Ils désirent simplement vous montrer qu'il est possible, à partir de situations familières, concrètes ou abstraites, de permettre aux enfants d'expérimenter, de raisonner, de construire des concepts mathématiques.

La vie de tous les jours et l'imagination des enfants nous semblent assez fécondes pour leur permettre une expérimentation d'une richesse inépuisable ; c'est pourquoi nous ne pensons pas que le recours à un matériel et à des jeux artificiels soit indispensable.

Le vocabulaire introduit est destiné avant tout au maître qui doit davantage s'efforcer de sensibiliser ses élèves aux concepts mathématiques que de leur apprendre des mots et des définitions qui ne reposeraient pas sur une expérimentation réellement vécue.

Ces livrets de 16 pages paraissent par séries de 5 à partir de la rentrée 1970.
1re *série (no 1 à 5) :* 1) Les ensembles - 2) Algèbre des ensembles - 3) Les relations 4) Propriétés des relations - 5) Fonctions et applications.
2e *série (no 6 à 10) :* Lois de composition - Structures, groupes - Isomorphismes - Transformation du plan - Dénombrements.

Tous autres renseignements : CEL - BP 282 - 06 - CANNES

PIERRICK

ET

LA MATHÉMATIQUE

Un trimestre de mathématique libre

au CE 2

1ère partie

OCTOBRE-NOVEMBRE 1968

DU MEME AUTEUR :

Une expérience de mathématique libre au CE1
(Dossier pédagogique nº 46-47-48)

Rémi à la conquête du langage écrit
— tome I (178 pages)
— tome II (248 pages)
— tome III (224 pages)
(Collection « Documents de l'ICEM »)

Dans une précédente brochure (1) j'ai relaté une expérience de mathématique libre dans mon CE1 de l'année 1965-1966. Malheureusement, au cours des deux années qui suivirent, mes conditions de travail se dégradèrent à tel point que je ne pus entreprendre aucune recherche pédagogique sérieuse.

Mais, cette année, je vois à nouveau luire le soleil. Et je puis reprendre mes recherches qui visent à adapter l'enseignement à la vie telle qu'on peut la concevoir en cette fin d'année 1968.

Cependant, cette fois, je m'attacherai plus spécialement aux pas d'un enfant. Ce qui m'a donné cette idée, c'est le profit immense que j'ai retiré de l'étude de la trajectoire d'un enfant « à la conquête du langage écrit » et de l'analyse, jour après jour, de l'évolution de l'écriture d'un gaucher. Ce genre de travail postule une étude minutieuse des documents et il déclenche des prises de conscience multiples et parfois étonnantes.

En effet, il faut dire que l'on a souvent, pour ne pas dire toujours, des idées toutes faites. On croit à des théories. Et ces constructions sont parfois si satisfaisantes pour l'esprit qu'on se garde bien d'aller se frotter aux faits têtus pour ne pas être obligés de les remettre en cause. (Je dis bien : les constructions théoriques, car on aurait plutôt tendance à remettre en cause les faits).

Cependant, si l'on veut avancer dans la compréhension et dans la pratique des choses, on ne peut travailler que sur du solide, du vrai. Et nonobstant les exigences de notre sécurité, il faut bien faire le pas et mettre l'œil au microscope pour voir ce qu'il en est exactement de toute chose. Cela procure parfois bien des surprises. Mais aussi des joies lorsqu'on s'aperçoit que la construction que l'on avait empruntée à un autre correspondait à la vérité parce que cet autre avait su chausser les lunettes de l'objectivité. Et alors, comme vous le remerciez d'avoir su, par sa préinformation, donner à votre champ de recherche une orientation telle que vous retirez un profit maximal de votre investigation !

M'étant donc imprégné de la théorie de Freinet, j'ai voulu voir ce qui se passait dans des domaines inexplorés. Et il était tout naturel que j'aborde un jour à la mathématique. Comme il faut bien commencer, j'ai choisi d'étudier la trajec-

---

(1) *Voir dossier pédagogique n° 46-47-48.*

toire mathématique d'un enfant que j'appelle, pour plus de sécurité, Pierrick Le Mat. Certes, on pourra me reprocher d'avoir choisi cet enfant. Je l'ai choisi pour deux raisons ; d'abord il est très créateur et d'autre part, comme on pourra s'en rendre compte, il a la particularité d'être très sensible à l'expérience des autres. On pourrait me reprocher de ne pas avoir choisi l'enfant le plus faible de la classe. Primitivement, j'avais décidé de suivre trois enfants, un bon, un moyen, un faible. Mais j'ai renoncé parce que cette étude trop étendue m'aurait empêché d'analyser les faits en détail. Ç'aurait été un travail de romain. Et je ne suis qu'un Breton sans potion et sans prétention. Je ne prétends qu'à une seule chose : démontrer que les programmes actuels sont totalement inadaptés. Et je veux aller voir de près ce qu'il faut faire pour les adapter au monde d'aujourd'hui et de demain en tenant compte, le plus possible, de nos progrès dans la connaissance psychologique des enfants et dans le maniement des techniques pédagogiques.

Je dis bien : " des enfants ". Car Pierrick n'est que le représentant du CE2. Et on sera nécessairement amené à s'intéresser successivement à tous ses inspirateurs. A la fin de l'ouvrage, si l'on fait le recensement de tous les élèves cités, on s'apercevra — ou alors cela m'étonnerait fort — que tout le CE2 et une bonne partie du CE1 auront été recensés. Ainsi, j'aurai fait coup double. A travers l'étude de l'expression mathématique libre d'un enfant, avec toutes les implications que cela comporte (raisons de psychologie profonde de son activité — affinités pour tel ou tel domaine particulier — influence du groupe — spécificité du comportement), j'aurai pu analyser en même temps (du moins je l'espère) le comportement spécifique du groupe.

Ce groupe, c'est la classe dont je fais évidemment partie avec toutes mes conceptions pédagogiques et mes insuffisances. Je ne vous cacherai pas que mon masochisme léger se réjouit par avance des coups que je vais recevoir à ce flanc que je présente à la critique. Car je veux vraiment avancer. Et je me réjouis de toute critique. Oh ! soyez tranquilles, je saurai faire ce qu'il faut pour ne pas avoir trop à me désespérer en sortant exagérément des limites acceptables de mes sécurités.

Avant de commencer, situons un peu notre Pierrick Le Mat.

Il a fait son CP à l'école privée. Et, de ce fait, sur le plan des opérations, il est plus faible que ses camarades. En effet, il est le seul à ne pas avoir bénéficié du matériel Cuisenaire qui, sur ce plan, donne une bonne « formation » aux enfants. Mais, je dois à la vérité de dire que, en ce début d'année, ce sont précisément les plus faibles en opérations, c'est-à-dire les moins conditionnés par le matériel qui sont les plus inventifs sur le plan de la création mathématique. Il ne faut certes pas en tirer de conclusions définitives. Mais il se peut, cependant, qu'en essayant de se rassurer très vite sur le plan du calcul proprement dit, le maître ne soit amené à provoquer des forçages, des conditionnements qui risquent d'être dangereux pour l'épanouissement maximal de la personnalité mathématique de chacun. Ce sont ces inquiétudes stérilisantes qu'il faudrait tout d'abord viser à détruire chez le maître ; cela lui permettrait d'utiliser avec plus de circonspection des matériels qui peuvent être asséchants. Pourquoi n'offrir qu'un chemin unique, gratuit et obligatoire, alors que, si chacun pouvait se trouver ses chemins, il irait infiniment plus loin. Et cela ne l'empêcherait pas d'aborder au bon moment, c'est-à-dire à son moment, ce calcul dont on ne saurait se passer.

J'écris cela après 4 mois de classe. Et force m'est bien de constater que mes petits du CE1 qui ont fait un excellent CP-Cuisenaire et qui ont un bon niveau intellectuel commencent à peine à se sortir des nombres en cette fin janvier. Et cela malgré la pression formidable des créations du CE2 qui vont dans toutes les directions comme on pourra le constater. A moins que le CE1 (pour le début tout au moins) soit vraiment le moment des nombres. On ne pourra d'ailleurs le savoir que lorsque quelqu'un aura pu avoir les conditions nécessaires à la tentative d'une année de mathématique libre au CP (Mais il faudrait pour cela commencer à bouleverser le programme du CP ou oser l'expérience).

J'ai dit que mon CE1 avait fait une excellente année parce que cette année me délivre de tout souci de calcul. Je sais que de toute façon ces enfants domineront les opérations. Je peux donc leur laisser totalement la bride sur le cou. Mais pour l'instant, ils n'en profitent pas pour galoper. Ils restent encore sur la route nationale.

Pour mon CE2 je pourrais être plus inquiet. En effet, je me sens responsable devant ces enfants : ce n'est pas moi qui les aurai l'an prochain. Aussi je dois bien les armer pour leur scolarité future. Je dois donc d'une part, réaliser *mon* programme et d'autre part réaliser *le* programme. Mais, charité bien ordonnée commençant par soi-même, je décide de consacrer tout le premier trimestre à la mathématique libre. Le second trimestre me verra me soucier davantage des opérations et le troisième davantage des problèmes pour aboutir en fin d'année à une pratique des problèmes plus classiques.

Autrefois, je ne procédais pas ainsi. Je travaillais le plus possible pour acquérir *d'abord* des sécurités. En lecture par exemple (au CP) j'avais beau savoir par expérience que mes enfants sauraient parfaitement lire à la fin de l'année, je n'en tremblais pas moins pendant tout le premier trimestre et même jusqu'en février. Et ce n'est qu'après mardi-gras que nous pouvions enfin travailler, ce qui s'appelle travailler.

Pour les maths, j'avais mille idées et je pressentais mille possibilités. Mais, « le calcul et les problèmes » me faisaient tellement souci que je me livrais à mes timides essais, seulement pendant les deux dernières semaines.

Maintenant j'ai bien changé. Car un beau jour je me suis vilainement apostrophé :

— Comment ! tu es parfaitement convaincu que l'essentiel pour l'avenir de l'enfant c'est d'ouvrir au maximum, dans les petites classes, l'éventail des pistes mathématiques. Et tu agis dans le sens contraire de tes idées : tu conditionnes, tu enfermes, tu assassines et après tu voudrais libérer et ressusciter.

Maintenant, je sais qu'il n'y a pas : *d'abord* le calcul et, *après*, le reste, mais d'abord le reste et, en même temps, le calcul. Et les amateurs de oui-mais vont être bien attrapés parce qu'ils auraient aimé pouvoir se débarrasser de mes idées subversives en me collant sur le dos l'étiquette : « Dénigreur du calcul ». En effet, je pense que c'est en jonglant dans le domaine mathématique qu'on exerce le mieux les enfants au calcul car la mathématique permet une bonne prise de conscience des relations entre les nombres. Et cela ne peut que le favoriser. Ajoutons à cela que l'appétit de mathématique donne à l'enfant un élan tel qu'il n'hésitera pas à s'entraîner courageusement pour éliminer ses points les plus faibles. Et cela peut se faire dans un climat positif sans qu'à aucun moment l'enfant n'ait été décoré des épithètes paralysantes et destructrices telles que « minable, faible, nul, zéro » etc. !

Où en suis-je maintenant ? Je voulais situer Pierrick et voilà que dès la deuxième phrase je me suis laissé entraîner à une digression interminable. Cela devait terriblement me peser.

Au CE1, je ne sais pas trop ce qu'a fait Pierrick. En effet, il était enfermé dans un mutisme presque absolu. Il faut dire qu'il est l'aîné de quatre enfants. Et avec le poids permanent d'un père autoritaire et la timidité extrême de la mère, on voit ce que cela peut donner comme complexe (de Caïn) et comme traumatismes. Heureusement, l'expression libre écrite m'avait permis très vite de lire l'enfant au plus clair. Et, en fin d'année, j'étais parvenu à séparer, en lui, mon image de l'image paternelle. Mais comment ne se serait-il pas méfié : pouvait-il accepter de croire à ma gentillesse, à ma compréhension alors qu'il me connaissait si peu ? N'était-ce pas un nouveau piège ? Mais cette année, j'entends sa voix. Oh ! oui. Car le planning l'a mis avec tous ses camarades aux techniques parlées. Et quel étonnement de voir ce petit bout d'homme se transfigurer quand il crée seul ou avec un autre, en parlant et en chantant. Quel malicieux bonhomme, quel as ! Et quelle voix d'opéra. Mais c'est surtout la mathématique qui desserre sa gorge ; car il participe à la passion générale, et il en oublie ses auto-censures. Alors vive aussi la mathématique puisqu'elle aide aussi à remettre sur pied ceux qui sont craintivement et maladivement pelotonnés sur eux-mêmes.

J'ai tenu à le signaler à vous, mes camarades en polyvalence : il est impossible d'abstraire l'enfant mathématicien de l'enfant total. N'est-ce pas capital : ce qui fait le bon mathématicien c'est aussi le texte libre, le chant libre, la gym libre, les petits plaisirs de la vie quotidienne et la bonne relation maître-élève. Celle-ci est excellente cette année parce que, après deux années très difficiles, je retrouve à nouveau, avec mon CE1 CE2 de 24 élèves, de bonnes conditions de travail. Encore un élément important n'est-ce pas ? Ajoutons à cela que, cet été, j'ai bénéficié personnellement des apports combien enrichissants de Delbasty et Pellissier. Et cela me permet de savoir mieux recevoir les créations des enfants et de mieux y entrevoir les structures qui les sous-tendent. Cela ne signifie nullement que je n'ai pas encore besoin de me cultiver. Et lecteurs richissimes ès maths, c'est même pour que vous m'éclairiez sur mes erreurs, mes insuffisances, mes inclairvoyances que j'écris cette monographie.

Maintenant que j'ai bien précisé mes intentions et mes attentes, je puis commencer la présentation commentée de mes documents. Je ne les publierai pas tous. Je ne publierai que les documents indispensables. Dans maintes occasions, je me contenterai de recopier les créations de Pierrick, pour faciliter le travail de l'éditeur. Les lecteurs des cahiers de Rémi (le dyslexique) savent combien je suis scrupuleux en ce qui concerne l'authenticité des documents. Et ils accepteront d'y croire.

J'ai tenu à présenter cette expérience parce qu'elle apporte peut-être une solution à notre problème.

Pendant un bon moment, nous avons dû travailler pour acquérir un honnête niveau de connaissances. Mais le temps n'est-il pas venu, maintenant qu'une certaine assimilation s'est faite, de songer, de nouveau, à la pédagogie ?

A mon sens, nous devrions nous orienter, à la suite de Delbasty, vers l'éclosion d'une mathématique naturelle (mathématique génétique ?).

Le texte libre mathématique peut être une solution.

Sur le plan de la production enfantine, vous verrez qu'il n'y a aucune crainte à avoir. Mais de même que le texte libre écrit ne saurait être toute l'expression littéraire de l'enfant, le langage mathématique écrit ne devrait sans doute pas résumer toute son activité mathématique. Cependant, ce peut être un excellent médiateur de cette activité à dominante symbolique. Il devrait suffire dans un premier temps, parce que la discussion orale le prolonge. Maintenant mes camarades, c'est à vous de dire si la solution que je propose est bonne. C'est à vous d'expérimenter et de mettre en place cette mathématique naturelle qu'il nous appartient de discerner et de favoriser.

26 SEPTEMBRE 1968

Premier jour de classe.

Sur le carnet de mes CE2 (3[e] année) il y aura peu de créations au début parce que j'ai souci de recevoir la vie. Or en cette semaine de rentrée, la vie remplit toute la classe.

Nous avons :
24 élèves — 23 anciens et 1 nouveau — 18 garçons et 6 filles —
13 CE2 et 11 CE1 — 7 garçons CE2 et 11 CE1, etc.

Il faut répartir, classer, organiser, ranger, aligner, etc. Et dès le début les créations des petits nous obligent à mettre en place notre système des quatre trésoriers (unités, dizaines, centaines, mille).

Pour le CE2 c'est seulement le 28-9 que les créations prennent vraiment le départ.

Voici celle de Pierrick :

28 SEPTEMBRE

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 4\,4} \\ 888 \\ \times\ 5 \\ \hline 0\,666 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 3\,4} \\ 666 \\ \times\ 5 \\ \hline 0\,050 \end{array}$$

Les CE1 étant partis d'entrée sur les opérations, Pierrick leur emboîte le pas. Mais il me semble bien qu'il compte ses opérations de gauche à droite.

5 fois 8 = 40 je pose 0 et je retiens 4. Puis 5 fois 12 = 60. Je retiens 6. 5 fois 12 = 60 ; 60 et 6 = 66. Il se trompe sur le sens et sur les retenues. Une critique au tableau fait déjà bien avancer les choses. Mais je prends sur mes épaules le petit Robin, le trésorier des 1. Je sors dans la cour et il crie « coucou » à la fenêtre de droite. Alors on saura que l'on commence par Robin et par la droite.

29 SEPTEMBRE

Pierrick s'enhardit : il met trois chiffres au multiplicande. Mais il se trompe à nouveau parce qu'il ne tient aucun compte des retenues. Et l'addition des totaux partiels est également fausse parce qu'il a oublié une colonne de chiffres.

$$\begin{array}{r} 8888 \\ \times\ 132 \\ \hline 6666 \\ 444 \\ 8888 \\ \hline 88\,906 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 6666 \\ \times\ 233 \\ \hline {}^{1}8888 \\ 8888 \\ 2232 \\ \hline 312868 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 6875 \\ \times\ 243 \\ \hline 17415 \\ 0 \end{array}$$

Cette erreur ne se produit pas dans la deuxième opération. Mais elle est fausse également, principalement parce que Pierrick oublie les retenues aussi bien dans les totaux partiels que dans l'addition partielle.

La troisième opération est restée en suspens. Sans doute ce genre de travail n'intéresse pas Pierrick outre mesure.

Cependant, il y a un progrès par rapport à la journée d'hier. Pierrick compte ses opérations correctement, de droite à gauche. Et il place correctement ses chiffres les uns en dessous des autres.

30 SEPTEMBRE

20 — 9 = 11
21 — 8 = 13
22 — 7 = 15
23 — 6 = 14
24 — 5 = 15
25 — 4 = 16
26 — 3 = 17

Cette fois Pierrick se met au pas du CE2. Il faut dire que le 28-9 (le samedi) nous avions passé beaucoup de temps sur la création suivante : Joëlle

20 — 9 = 11
21 — 8 = 13
22 — 7 = 15
23 — 6 = 16

Le 16 avait été critiqué. Denis et Colette sentaient que c'était 17 parce qu'ils flairaient que la différence entre les résultats successifs était constamment égale à 2. Et *logiquement* — c'est-à-dire en restant fidèle à la structure qui se dégageait — on devait trouver encore un nombre impair. C'est d'ailleurs souvent de cette façon que l'on s'aperçoit de ses erreurs : lorsque quelque chose ne colle pas, c'est-à-dire lorsqu'il y a une transgression de la loi que l'on devine.

En nous servant des réglettes collectives (dont le blanc est le dm2) nous avons très bien pu analyser la situation et comprendre la loi : l'écart grandit de 2 lorsqu'on ajoute 1 au plus grand nombre et qu'on diminue le petit de 1.

Mais Denis a dit : « Et si l'on continuait ? » Alors nous avons eu :

29 — 2 = 27　　30 — 1 = 29　　31 — 0 = 31

— Et après ?

32 — (— 1) = 33. Donc — (— 1) ça veut dire + 1.

On voit à quoi mènent les curiosités. L'élément : « Et si ? » est un outil terrible pour la découverte. Picasso en sait quelque chose. Voir plus loin, quelle tentation !

(Pierrick aurait été plus sage de ne pas aller plus loin que 22 — 7 = 15).

DU 2 AU 9 OCTOBRE

Je range sous la même rubrique toutes les créations de ces 5 jours de classe car elles se ressemblent.

5 + 4 = 9　　　8 + 5 = 13
9 — 4 = 5　　　13 — 5 = 8
9 — 5 = 4　　　13 — 8 = 5

Ceci est un écho de notre aventure des « tiercés » qui a pris tant de place en ce début d'année et qui a tant d'importance. Voici comment les choses s'étaient passées dans la classe avant qu'une trace en subsistât sur les carnets de Rémi. Le second jour de classe, j'avais écrit au tableau les nombres de la classe : 18.6.24.13. 11.23.1.6.7.13, c'est-à-dire les divers cardinaux des ensembles de garçons, de filles, d'élèves, de petits, de grands, d'anciens, de nouveaux, de grandes filles, de grands garçons.

Et j'avais dit à mes élèves :

« Regardez au tableau si vous ne voyez pas des nombres de la même famille. »

Et peu à peu nous avions constitué les groupes de 3 nombres :
18.6.24 ; 13.11.24 ; 23.1.24 ; 6.7.13.

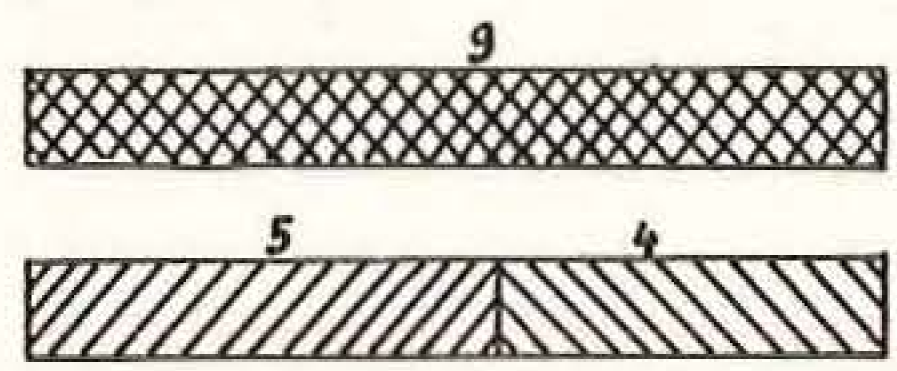
Les enfants ont appelé cela des tiercés.

Et ce jour-là Philippe du CE1 avait écrit : $50 + 60 = 110$. Et, à partir de là nous avons vu $50 + 60 = 110$ puis $110 - 60 = 50$ et $110 - 50 = 60$.

Le lendemain nous avons repris : $18 + 6 = 24$ en faisant lever et asseoir successivement les élèves (24) les garçons (18) les filles (6).

Nous pouvions écrire :

Si	$18 + 6 = 24$	Puis avec les réglettes	Si	$5 + 4 = 9$
alors	$24 - 6 = 18$	Cuisenaire	alors	$9 - 5 = 4$
et	$24 - 18 = 6$		et	$9 - 4 = 5$



Avant de passer à la généralisation j'ai demandé aux enfants d'inventer des mots. Eric a trouvé : cochon. Alors il a tiré :

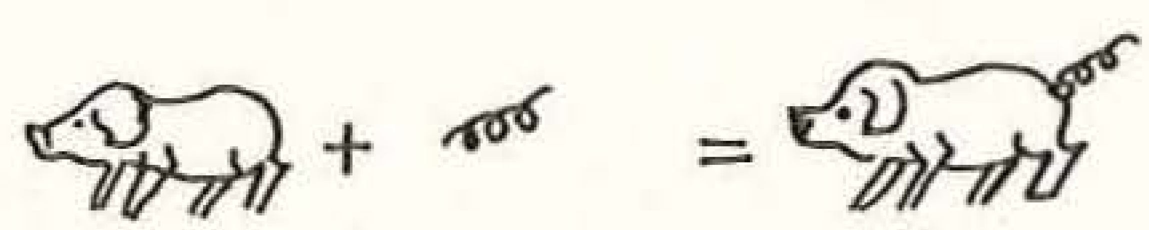
Si co+chon = cochon alors : cochon—co = chon et cochon—chon = co.

Succès énorme, vous pensez. Eric a continué :

Si é+ric = éric alors éric—é = ric et éric—ric = é.

Alors tout le monde a travaillé sur son prénom.

Mais Eric a poursuivi avec :



corps + queue = cochon

Quels rires ! Quelles clameurs ! Quel travail !

Puis nous avons généralisé sous la forme
petit + moyen = grand.

Le 30 septembre, peut-être involontairement, Serge a commencé par la soustraction. Et nous avons eu alors :

$15 - 8 = 7 \longrightarrow 15 - 7 = 8 \longrightarrow 7 + 8 = 15$

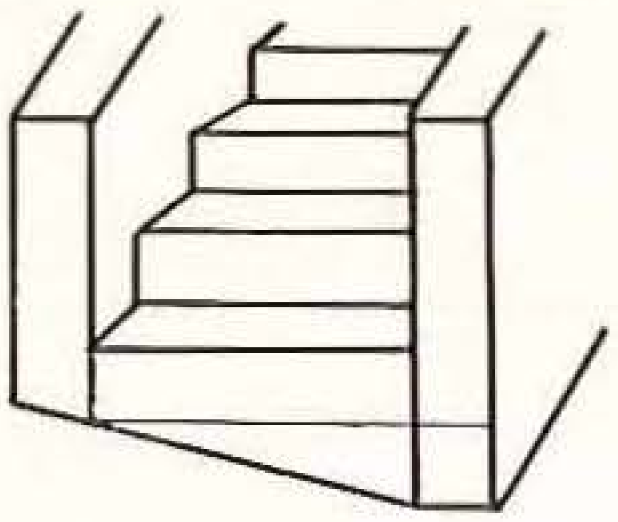
On voit que peu à peu j'ai introduit la flèche de l'implication en laissant de côté la réciproque qui reste à découvrir.

Et cette invention de Serge est excellente parce que, maintenant, lorsqu'on a l'une des égalités (addition ou soustraction) on peut en déduire les deux autres.

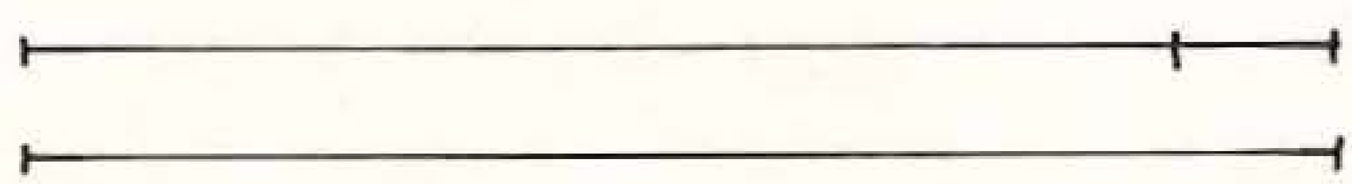
Voici de Pierrick :

$13 - 3 = 10$	$14 - 4 = 10$	$10 - 4 = 6$	$11 - 4 = 7$
$13 - 10 = 3$	$14 - 10 = 4$	$10 - 6 = 4$	$11 - 7 = 4$
$10 + 3 = 13$	$10 + 4 = 14$	$6 + 4 = 10$	$7 + 4 = 11$

On voit que Pierrick est heureux d'avoir saisi la loi et il passe immédiatement à la répétition pour l'assimilation.



Le 1er octobre nous sommes sortis dans la cour parce que Jean-Paul avait remarqué que entre les deux piliers du perron de la classe, il y avait une différence (à cause de la pente de la cour). Nous avons pris une ficelle pour mesurer le grand pilier et une ficelle égale à laquelle on a enlevé la différence pour mesurer le petit pilier. Et après mensuration



nous avons pu écrire $102 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 122 \text{ cm}$ d'où $122 - 20 = 102$ et $122 - 102 = 20$.

Suivant la question que l'on posait, on avait la réponse que l'on cherchait. Exemple : la différence c'est $122 \text{ cm} - 102 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$.

Par hasard, Denis a écrit verticalement les 3 égalités :

$102 + 20 = 122$
$122 - 20 = 102$
$122 - 102 = 20$

Stupéfaction générale : on retrouvait les tiercés.

Quelqu'un ayant dit : on pouvait mesurer les piliers avec des bouts de bois, j'ai sauté sur l'occasion. J'ai découpé trois morceaux de bois de 122 cm, 102 cm et 20 cm. J'ai peint le petit (20) en jaune, le moyen (102) en rouge et le grand (122) en orange sur une face et sur l'autre face en rouge + jaune (102 + 20). Et ces bâtons servent de référence à la classe Petit + Moyen = Grand ou $P + M = G$.

Et maintenant c'est très bien assimilé pour tout le CE2. Et c'est la moitié de ce que l'on demande au CE2 et au CM ($a + b = c \rightarrow c - a = b \rightarrow c - b = a$)

l'autre moitié étant ($a \times b = c \quad \frac{c}{b} = a \quad \frac{c}{a} = b$)

11 OCTOBRE

(A)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

Pierrick reprend là les quadrillages qui avaient été lancés dès le deuxième jour de classe par Ghislaine. Et cela avait été repris d'une manière un peu spéciale par Patrick et J.-Paul.

Voici Patrick

1		3		5
	2		4	

et voici Jean-Paul

1	2	4	6	8
3				10
5				12
7				14
9	11	13	15	16

Nous reviendrons longuement sur la création de Patrick. Mais la réalisation de Jean-Paul nous a étonnés. Nous n'en avons rien fait alors que nous aurions pu, par exemple, tracer des traits entre le pair et son impair (1,2) (3,4) etc. Je n'hésite pas à le signaler car cela m'arrivera souvent de ne pas voir ce qui me crève les yeux. Et si je vous présente ces travaux, c'est justement pour que vous m'aidiez à mieux voir.

Mais revenons au quadrillage de Pierrick (A). Il est très intéressant comme tous les quadrillages car il permet d'aborder les multiples, la mesure des aires, et surtout les classes d'équivalence qui sont si passionnantes (Voir : Une année de mathématique libre au CE1) Dossier 46-47-48 (CEL Cannes).

Là par exemple on peut voir la série 5.10.15.

Et justement, ce même jour, dans la foulée pour ainsi dire je trouve ceci sur le carnet de Pierrick :

(B) 18 - 21 - 24 - 27 - 30

Et c'est le départ de toute une série de recherches de ce genre que je vais d'ailleurs un peu systématiser. En effet le CE1 vient de m'arriver. Et je ne le connais pas. D'autre part, j'ai décidé que je ne m'inquiéterai pas des opérations avant Noël. Mais je veux cependant que se poursuive chaque jour un léger entraînement. Enfin, j'ai dû renoncer très vite à étudier chaque matin les 24 créations de mes 24 élèves, car cela nous prenait trop de temps et nous étions obligés de courir la poste.

Pour concilier tout cela, j'ai organisé mon travail de la façon suivante : chaque jour les deux cours ont un petit travail d'entraînement sur les comptages et décomptages par 2, par 3, par 4, etc. (Après Noël, cet entraînement portera sur les opérations). Pendant qu'un cours travaille ainsi, l'autre cours étudie les créations de la moitié des élèves de son niveau, que j'ai portées au tableau après la classe. De cette façon, je ne relève les carnets d'invention que tous les deux jours. Et sur deux jours j'ai plus de chances de trouver quelque chose. Je m'arrange pour que chaque élève ait au moins une « invention » sur le tableau. Car je me suis aperçu que toute activité cesse quand personne ne s'y intéresse. Et, au contraire, elle se renforce quand elle a des témoins. Surtout des témoins bienveillants comme nous le sommes.

Il est évident que, à cause de la différence des niveaux des élèves sur le plan calcul, certains enfants ont fini très vite le travail léger que je leur donne. Ils peuvent alors s'intégrer au cours qui est en train de procéder à l'analyse de ses créations au tableau. Et même chez les plus petits, il y a toujours quelque chose à glaner : soit des connaissances nouvelles, soit de nouvelles idées pour l'exploration. Et les grands ont souvent avec les petits des confirmations de ce qu'ils n'avaient fait qu'entrevoir. Tandis que les petits sont attirés en avant.

12 OCTOBRE

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 1234 \\ +\ 5678 \\ \hline 6912 \end{array}$$

Cette fois, Pierrick s'attaque aux additions. Ce sont les petits, peut-être trop cuisenarisés, qui suivent cette voie. J'espère que la liberté de création de mes CE2 sera contagieuse pour mes CE1. Mais en ce début d'année, ce sont les CE1 qui entraînent leurs aînés. Ce n'est peut-être qu'une impression parce que le plaisir des nombres est, je crois, le propre de tous les enfants.

Mais comme Pierrick, plusieurs enfants avaient oublié dans quel sens on effectuait les opérations. Alors j'ai repris la petite comédie habituelle qui consiste à nommer quatre « trésoriers ». Cette année, pour des raisons d'euphonie, ils seront :

Philippe, les 1000	Prigent, les 100	Denis, les 10	Robin, les 1

Et Robin va recrier coucou à la fenêtre de droite.

14 OCTOBRE

$$\begin{array}{cccccc} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ + & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline & 8 & 1 & 0 & 4 & 5 \end{array}$$

Pierrick a repris son travail sur l'addition en traitant des nombres plus grands. Il les a construits bizarrement en figurant la suite des dix premiers nombres en deux lignes.

Mais l'enfant s'est trompé. A mon avis, par distraction il a dû compter 2 fois le 8 : $4 + 8 + 8$ au lieu de $4 + 8 = 12$. C'est dommage car il a retenu 2 et on n'a pas obtenu 8,0,2,4 qui aurait attiré l'attention sur les résultats pairs. Et nous aurions pu rapprocher ces résultats de la suite de Joëlle que nous avions déjà comparée à celle de Pierrick. Ici nous aurions eu :

$2 + 6 = 8$
$3 + 7 = 10$
$4 + 8 = 12$
$5 + 9 = 14$

Là aussi, les résultats augmentent de 2 à chaque ligne parce que chaque nombre additionné augmente de 1.
Nous aurions pu voir également que contrairement aux autres chiffres le chiffre des unités est impair parce que cette colonne ne bénéficie pas d'une retenue.

Mais non, ce que nous avons pu voir, c'est la présence insolite du 10. Il a fallu une fois encore, reprendre le jeu habituel avec les pièces de monnaie.

Je donne une pièce de 1 c à Robin, puis une autre, puis une autre, jusqu'à 9 c. A 10 c Denis bondit et s'empare des 10 pièces. Il me les remet à moi, le banquier, et je les transforme en une pièce jaune de 10 c que j'avais dissimulée dans ma manche pendant que je posais les 10 pièces blanches de 1 c sur le bureau, sans attirer l'attention des petits. Mais les grands qui « connaissent » le truc dévoilent mon secret aux yeux des petits qui en étaient restés bleus.

Alors on comprend la convention : dans chaque maison on peut aller jusqu'à 9.

Mais je reviens à cette comparaison de la suite de Pierrick avec celle de Joëlle.

Joëlle	Pierrick
12 — 5 = 7	20 — 9 = 11
11 — 4 = 7	21 — 8 = 13
10 — 3 = 7	22 — 7 = 15

On ne comprend pas : avec Joëlle on trouve toujours 7 alors qu'on diminue bien 12.11.10 et 5.4.3.

Mais on s'aperçoit que chez Pierrick on va en augmentant les premiers nombres 20.21.22.

Et avec les réglettes on comprend bien la conservation de la différence chez Joëlle et son augmentation de deux unités chez Pierrick.

Là il y avait vraiment problème pour les enfants qui ne comprenaient pas. Et, par conséquent, éveil maximal de l'attention. Et la loi « La différence entre deux nombres ne change pas lorsqu'on diminue ces deux nombres d'une unité » a été mieux perçue.

14 OCTOBRE

$50 - \bullet = 40$

Pascal avait commis une erreur le 12.10. Il avait écrit $40 + \bullet = 50$. Alors j'avais dit d'inventer des signes pour exprimer qu'il manquait quelque chose. Je m'attendais à toutes sortes de dessins. Mais j'ai eu surtout des A, des B, des x. Et puis on s'est souvenu du sous-ensemble complémentaire. Dans les 24 élèves de la classe il y a 6 filles et 18 garçons.

On écrit $6 + 18 = 24$
et $F + \overline{F} = E$

Ce qui signifie F (ensemble des filles) + le complément de l'ensemble des filles à l'ensemble des élèves (E) = E

$\overline{F}$ c'est le complément de F (cela se lit F barre).

Ici nous pouvons donc écrire les tiercés sous les formes :

$40 + \bullet = 50$	$40 + x = 50$	$40 + \overline{40} = 50$
$50 - \bullet = 40$	$50 - x = 40$	$50 - \overline{40} = 40$
$50 - 40 = \bullet$	$50 - 40 = x$	$50 - 40 = \overline{40}$

Et pour obtenir le résultat cherché, on choisit la ligne où le complément se trouve isolé, c'est-à-dire la 3e ligne.

NOTA. *Le travail sur les compléments est très intéressant sur le plan du calcul.*

REMARQUE. J'ai commis une erreur. En effet j'ai noté $\overline{40}$. Or c'est l'ensemble qui est complémentaire et non le cardinal. Mais je ne m'effraie pas de cette erreur.

15 OCTOBRE

$$\begin{array}{r} 12345 \\ +\ 12345 \\ \hline 24690 \end{array}$$

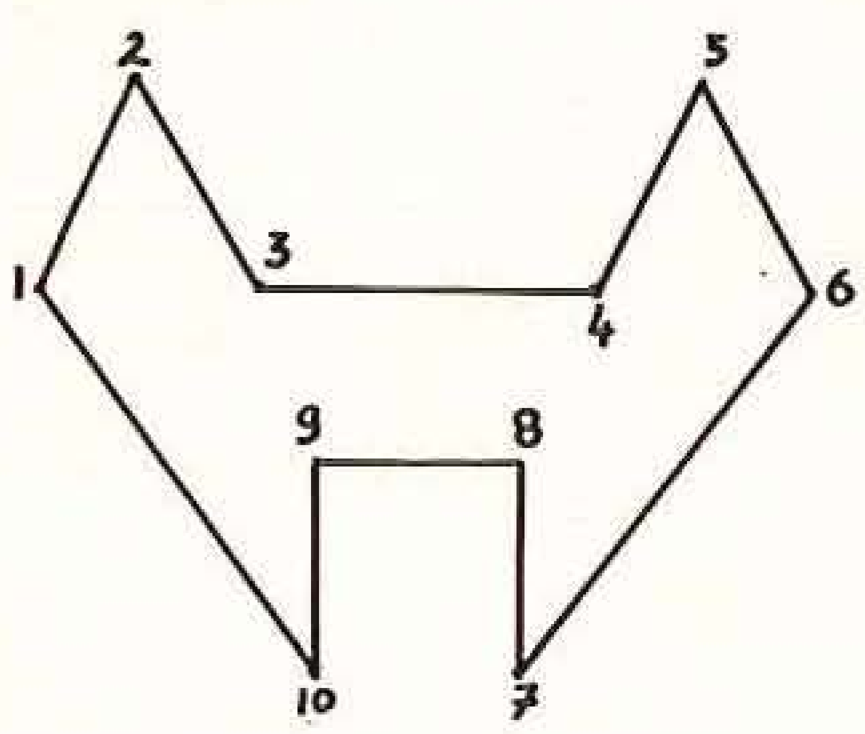
Cette fois-ci, encore une addition construite par juxtaposition de deux ensembles des 5 premiers nombres. Il semble que dans ses constructions Pierrick rapproche des structures et non des éléments isolés.

Evidemment, à partir de là on débouche sur la multiplication par 2.

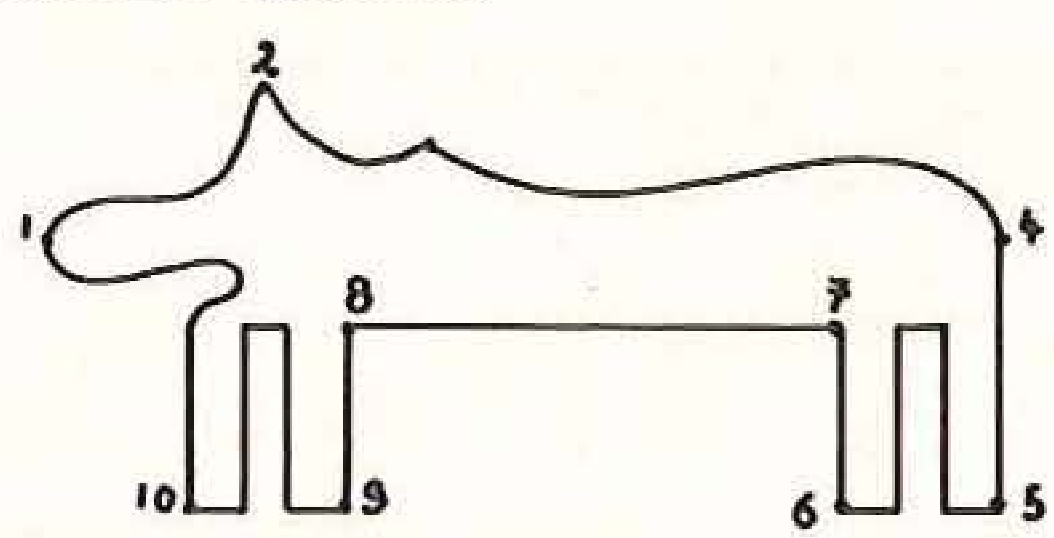
Mais dès le 27 septembre nous avions introduit la notion d'opérateur ($\times$ 2) qui se place de préférence à droite. Avec "mon matériel Cuisenaire collectif" (dans lequel le petit blanc vaut 10 $\times$ 10 au lieu de 1 $\times$ 1 $\times$ 1) nous avions très bien compris le rôle de l'opérateur (voir Dossier 46-47-48). Cette notion d'opérateur avait été bien comprise par certains élèves. Tenez voici de Joëlle.

$4 \times 1 = 4$ Denis avait remarqué qu'en additionnant la colonne de gauche
$4 - 1 = 3$ et la colonne de droite on obtient le même résultat.
$4 + 1 = 5$ Et c'est ainsi que le neutre est apparu ($4 \times 1 = 4$ $4 : 1 = 4$
$4 : 1 = 4$ le 1 ne change rien). Et les symétriques ($+ 1 - 1 = 0$). Cette façon de trafiquer, de se livrer à différentes opérations sur le même cardinal s'est appelée : la cuisine de Joëlle. (J'ai comparé aux œufs que l'on peut cuire dur, à la coque, sur le plat, en omelette.) Les deux premières opérations se font avec un neutre : l'œuf reste entier. Evidemment, c'était une analogie un peu risquée. Mais je suis toujours tenté d'affectiver les notions abstraites. Je ne veux pas me réduire au silence total, j'ai le droit de participer. Idéalement j'aurais droit à 1/25 de participation. J'essaie de ne pas trop dépasser ce 1/25.

16 OCTOBRE
(A)

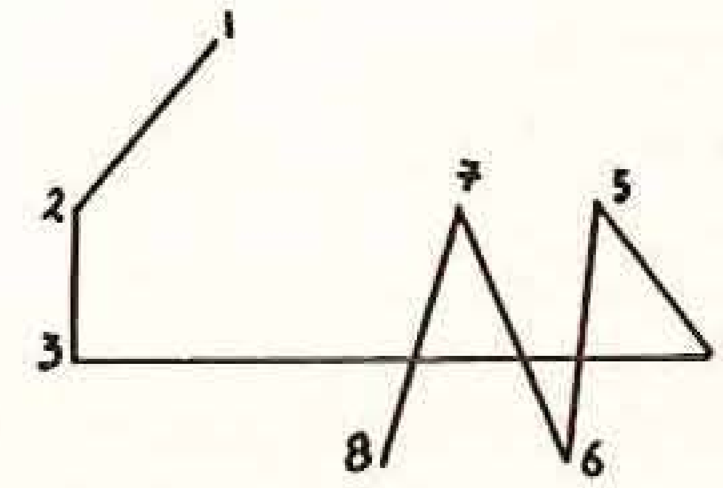


Et voilà une nouveauté : des points sont reliés par des traits dans un certain ordre. Je signale en passant que l'on trouve quelquefois un jeu de ce genre dans le journal. Alors Pierrick dessine.

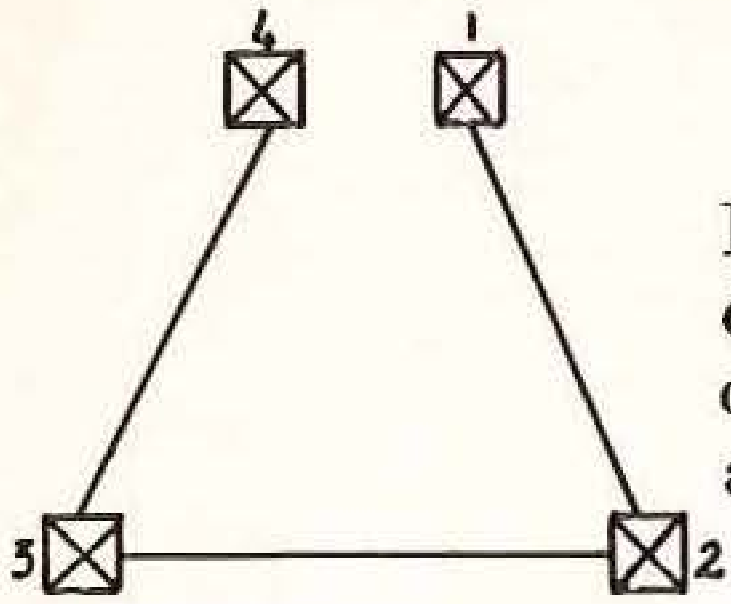


Mais nous critiquons son dessin car, dans le jeu, on doit rejoindre les points par des traits rectilignes. Avec des courbes c'est beaucoup plus aléatoire : on pourrait avoir autant de dessins que l'on voudrait. J'aurais pu percevoir l'idée de la circonférence limite des polygones réguliers dont on augmente indéfiniment le nombre des côtés. Mais personne n'y a pensé. Cela n'a pas d'importance. A chaque jour suffit sa peine : on ne va pas tout avaler en une seule fois. Et l'on a acquis que : par deux points peuvent passer une infinité de courbes.

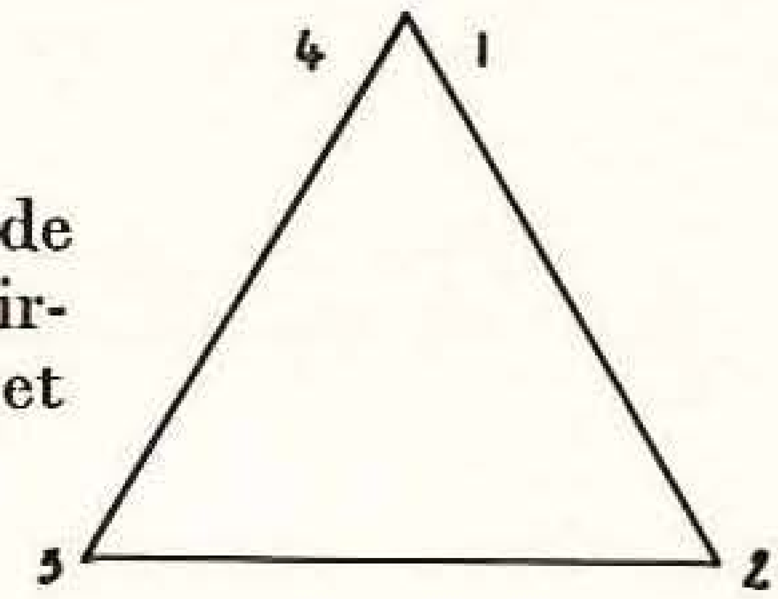
Cependant cette aventure sera poussée plus avant par d'autres enfants.
L'on aura par exemple :



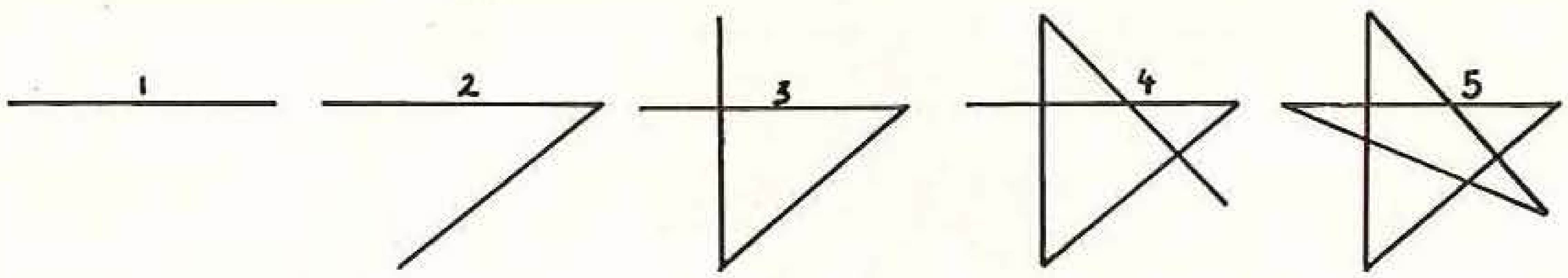
Et l'on verra que les points 5,6,7,8 se distribuent alternativement par pairs et impairs de chaque côté du segment 3.4. Y avait-il autre chose à voir, je ne sais. Mais déjà Jean-Paul nous apporte :



Le carré d'arrivée est à côté du carré de départ. Il pourrait être dessous. Et le circuit serait fermé. Les points départ et arrivée seraient confondus.

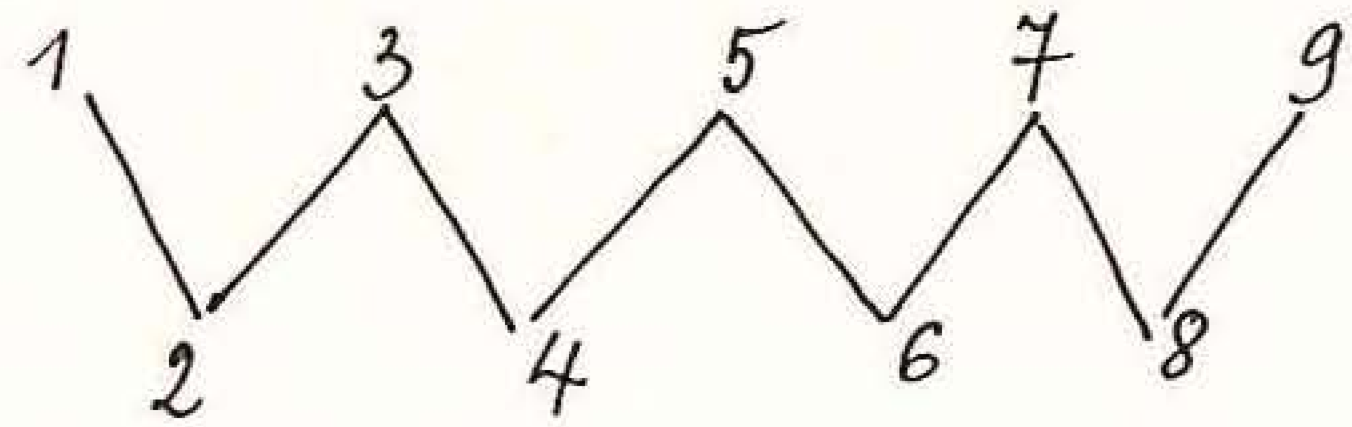


Mais Joëlle nous apporte



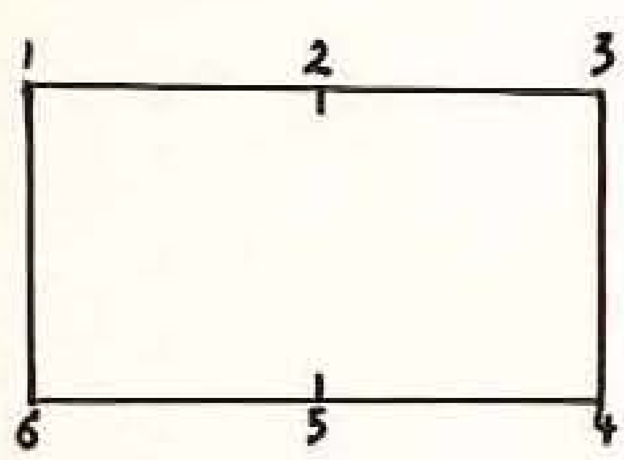
Qu'est-ce que c'est ? Tout simplement la programmation de la réalisation d'une étoile à 5 branches. C'est le chemin de l'étoile avec ses 5 stations.

Voici autre chose :



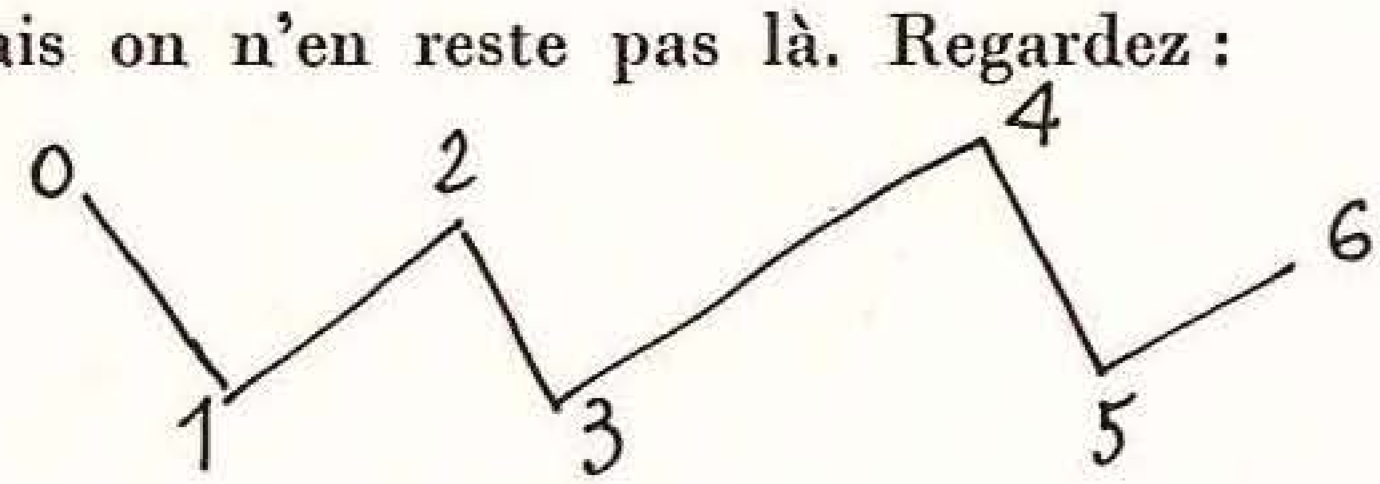
On a des pairs et des impairs. Mais un impair de plus. Pourquoi ? — C'est un mystère.

Les enfants me regardent. Ils savent que je les taquine et qu'il y a un secret à découvrir. Mais pour l'instant on a d'autres figures à fouetter du regard.



On part du 1 et on revient au 1 en passant par 2 3 4 5 6.

Mais on n'en reste pas là. Regardez :



Cette fois on part du point 0. Cela change beaucoup de choses car maintenant les nombres 1 2 3 etc., peuvent servir à compter des espaces, par exemple des pas, des mètres. Et comme on s'est beaucoup occupé de ranger les tables, par la suite on a su que lorsqu'on comptait les tables (les points) on commence par 1

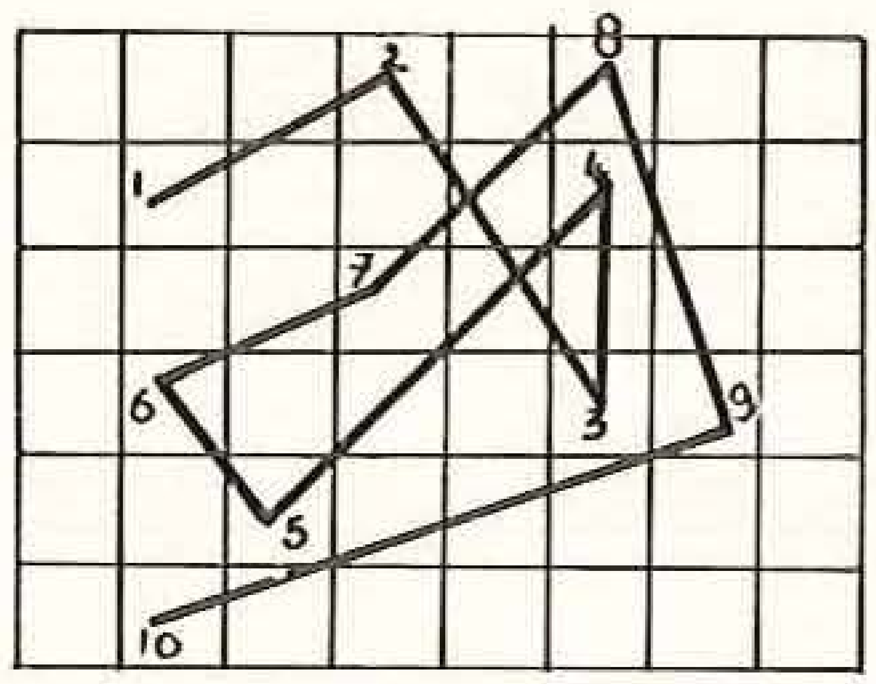
● ● ● ● ●
1 2 3 4 5

Mais lorsqu'on compte les espaces qui séparent les tables (qui séparent les points) on compte

●——●——●——●——●
0 1 2 3 4

Ce même jour, Pierrick crée quelque chose qui pourrait nous entraîner beaucoup plus loin. Et par exemple aux coordonnées cartésiennes.

(B)



Mais l'idée en est prématurée. Je me contente de souligner que, cette fois, les nombres ont été inscrits dans un quadrillage.

(C)

$6\ l - x\ l = (-1)\ l$

Ce même jour, Pierrick nous fournit cette troisième création : il était vraiment inspiré. Et inspiré par Joëlle qui avait écrit $1\ l + x = 3\ l$. Mais Pierrick qui a bien compris les nombres négatifs a voulu faire plus difficile (Il semble que sa caractéristique dominante c'est de reprendre les créations des autres en les agrandissant).

En examinant le travail de Joëlle, on s'est aperçu qu'en ajoutant une certaine quantité à 1 litre, on obtenait 3 litres. Cela nous change du problème que nous avons connu : Nous avions deux piliers dissemblables dont on connaissait les dimensions, 102 cm et 122 cm. Il s'agissait de calculer la différence de longueur. C'était simple : il suffisait de poser le tiercé

$$\begin{array}{lrcl} & 102 + & x & = 122 \\ \text{donc} & 122 - & x & = 102 \\ \text{et} & 122 - & 102 & = x \end{array}$$

Et on choisissait la 3e ligne qui isolait la différence. Ici c'est le contraire, on nous donne les nombres et on ne nous raconte pas l'histoire. Alors il n'y a qu'à l'inventer. On s'arrête à :

« *Je n'ai plus que 1 l d'essence dans le réservoir de mon vélomoteur. J'en avais 3 litres.* »

Il suffit d'ajouter une question pour que cette histoire chiffrée devienne un problème : « *Combien en ai-je utilisé ?* » Alors on reprend le tiercé :

1 l + x = 3 l   3 l — 1 l = x   3 l — x = 1 l.

Et on choisit la deuxième égalité.

Dans les problèmes il y a aussi une sorte de « tiercé » :

énoncé   question   réponse

Mais là aussi, il est excellent, pour l'esprit, de jouer à essayer de retrouver le 3e aspect en partant des deux autres.

Je suis heureux de ce problème de Joëlle car je pourrais être inquiet. En effet, nous sommes le 15 octobre. 16 jours de classe se sont déjà écoulés et nous n'avons eu en tout et pour tout que le problème des piliers. Tant pis, j'ai décidé de ne m'intéresser qu'aux vrais problèmes qui sont les problèmes qui font question pour les enfants et pas seulement ceux qui ont des données réelles. Qu'est-ce que cela peut vouloir dire 1 l + x = 3 l. On s'interroge, on s'intéresse. On propose. On choisit. Et tout cela s'inscrit profondément en chaque enfant.

18 OCTOBRE

(A)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	23	24	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38

Pierrick établit un « quadrillage à 10 ». Mais il se trompe en écrivant 23, 23, 24, 24 au lieu de 23, 24, 25, 26. Ce quadrillage à 10 est très intéressant parce qu'il nous permet d'aborder par un angle de vue différent la numération décimale. On a 1-11-21 parce que l'on a 0 rangée de 10 et une case, 1 rangée de 10 et 1 case, 2 rangées de 10 et 1 case, etc. Même chose pour 2-12-22 - 3-13-23 - 4-14-24, etc. Et l'erreur de Pierrick est tout de suite mise en évidence parce que, au lieu de 29, il devrait avoir 31 (3 rangées complètes de 10 et 1). Une fois de plus, c'est la faille dans la structure qui révèle l'erreur.

(B)

$6 - x = (-1)$

Ce même jour Pierrick écrit une équation qui reprend le $6\ l - x\ l = (-1)\ l$ du 16 octobre en le généralisant (et en corrigeant le x l). Evidemment, la réponse c'est 7. Mais nous n'avons le droit d'écrire 6-7 que si l'on entre dans les nombres Z (nombres relatifs : négatifs et positifs). On trouve ces nombres sur le thermomètre, sur le réveil, dans les porte-monnaie vides d'argent mais remplis de dettes, etc.

19 OCTOBRE

(A)

$$
\begin{aligned}
6 - x &= (-1)\\
7 - x &= (-2)\\
8 - x &= (-3)\\
9 - x &= (-4)\\
10 - x &= (-5)\\
11 - x &= (-6)\\
12 - x &= (-7)
\end{aligned}
$$

La solution de ces équations nous montre que puisque le cardinal de départ augmente de 1 à chaque fois et qu'on s'enfonce de 1 de plus à chaque fois sous zéro, il faut que le x augmente de 2. Mais alors le x ne représente plus un seul nombre, il faudrait introduire d'autres lettres.

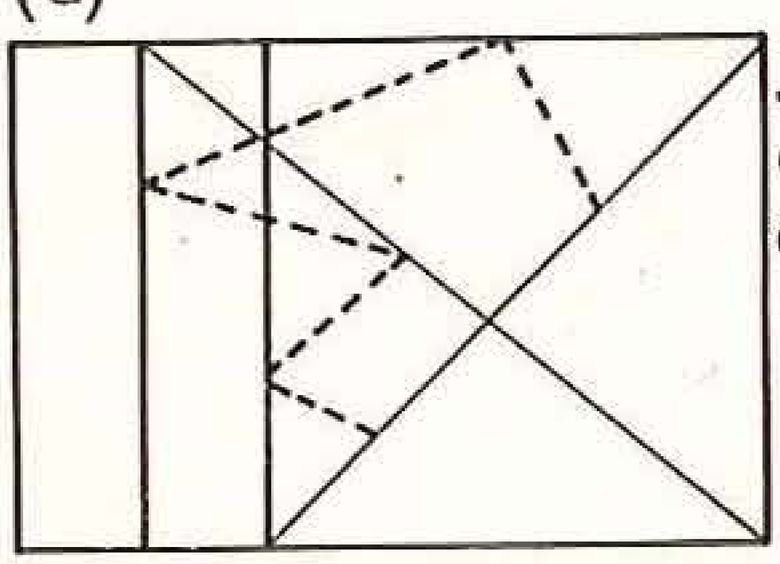
(B)

Ce même jour :	$20 + 2 = 22$		$40 + 1 = 41$
	$20 - 2 = 18$		$40 - 1 = 39$
	$20 \times 2 = 40$		$40 \times 1 = 40$
	$20 : 2 = 20$	(erreur)	$40 : 1 = 40$

Pierrick reprend l'idée de la « cuisine » de Joëlle, alors que depuis 5 jours nous n'en avons pas parlé. On ne sait pourquoi certaines idées resurgissent soudain. Mais c'est curieux : la « cuisine » avec 2 ne donne pas les mêmes résultats si on additionne les nombres de droite et ceux de gauche.

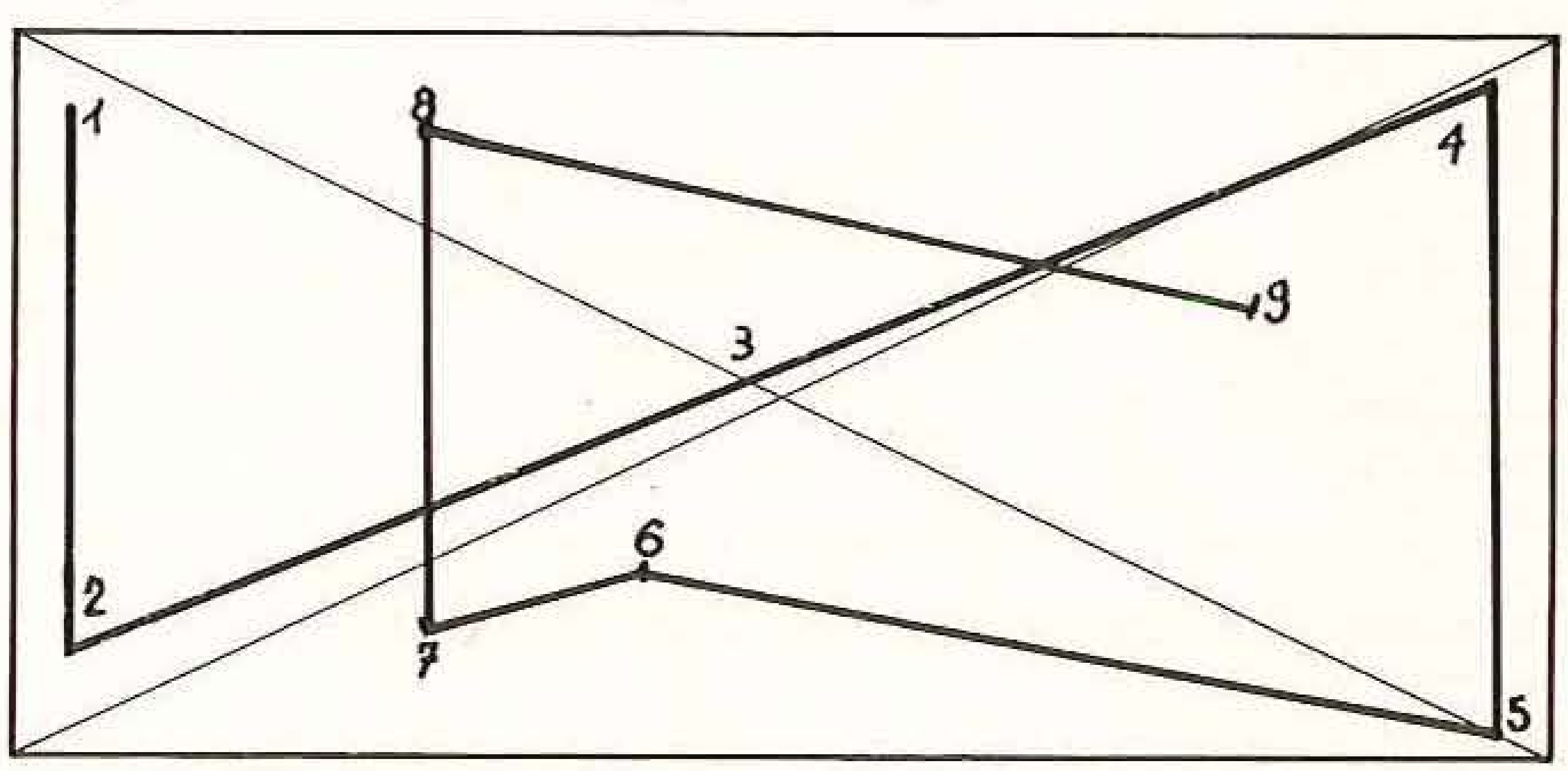
On le comprend parce que Pierrick a utilisé aussi la cuisine avec 1. Et l'on voit encore une fois les inverses — 1 et + 1. Et le neutre pour la multiplication et la division ($\times$ 1) (: 1).

(C)



Je n'ai rien fait de cette création. Pourtant, il y avait un circuit fermé intéressant qui suivait la diagonale d'un carré et la diagonale d'un rectangle ou s'y intéressait.

(D)



Cette fois, Pierrick s'inspire directement de ce que l'on fait en gymnastique. En effet, sous le préau, les enfants inventent des parcours qu'ils essaient de représenter graphiquement en rentrant en classe (au moyen de flèches, pointillés, vecteurs), puis, inversement, les enfants créent des parcours sur le papier et ils les exécutent sous le préau. On touche du doigt le rôle de la mathématique qui symbolise des situations de la vie et qui permet de retourner à la vie à partir de la symbolisation.

La création (D) est moins gratuite que la création (C) car elle traduit un parcours réel exécuté sous le préau.

21 OCTOBRE

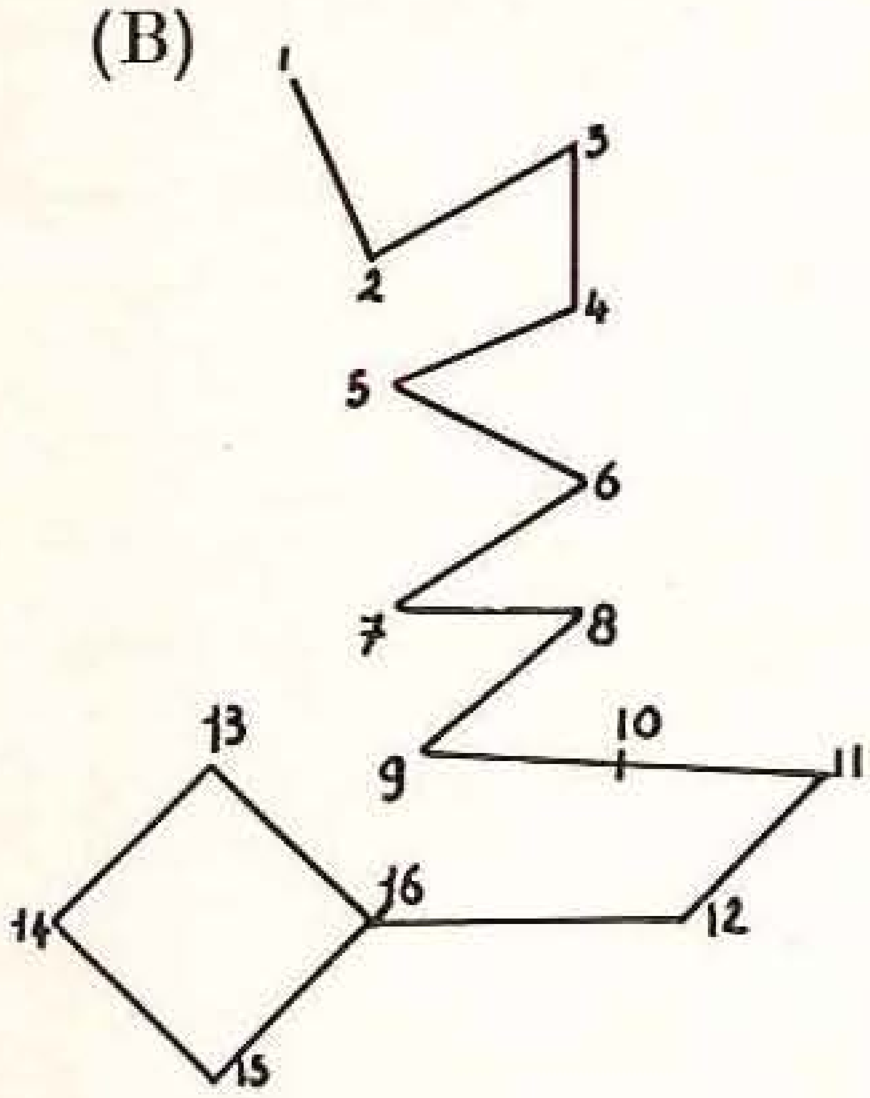
Reprise quasi identique de la création du 19 octobre.

(A)

$1 - x = (-1)$
$2 - x = (-2)$
$3 - x = (-3)$
$4 - x = (-4)$

Faut-il insister sur le besoin de répétition après l'accès à la loi. Est-ce que le tâtonnement expérimental de Freinet n'est pas toujours et partout présent. Faut-il encore, souligner, démontrer, prouver ? Mais il faudrait chercher la solution de ces équations.

(B)



Voici encore un parcours très intéressant car l'on peut voir qu'à un moment, les nombres pairs sont à droite et les impairs à gauche. Et il y a beaucoup de traits parallèles.

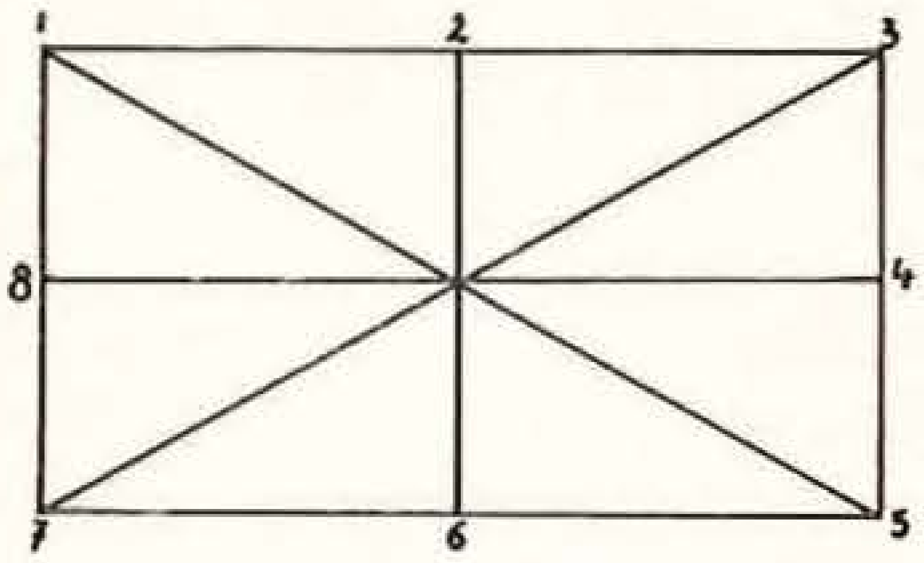
25 OCTOBRE

Après un repos de 3 jours (1 jour sans création, 1 jour de conférence pédagogique, 1 jeudi), Pierrick repart à fond. Notez qu'il a parfaitement le droit de ne rien créer. Mais aucun de mes grands n'y échappe. En effet, quand on a tant de liberté de créer et tant de plaisir à examiner ce qui peut sortir de ces inventions, on ne saurait connaître de frein. Mais cette liberté est à découvrir : qui pourrait croire qu'il n'y a vraiment rien à craindre. Il faut aussi que le maître connaisse cette liberté. S'il a des soucis de programmes, des inquiétudes d'acquisition, alors adieu la sérénité.

C'est pour cette raison que, pour me rassurer, je donne un travail aux petits qui n'ont pas encore su ou voulu profiter de cette liberté : travail dans le genre : comptez par 2, par 3 (et le plus faible se sert des réglettes Cuisenaire pour le réaliser).

J'insiste sur ces détails pour souligner que cette pratique de la mathématique libre exige certaines conditions de sécurité. J'ai 24 élèves. Chaque jour, alternativement, je porte au tableau les créations réalisées dans 12 carnets. S'il n'y a pas de témoin, la créativité ne s'épanouit pas. Elle avorte dès les premiers pas. Et il en est ainsi dans tous les secteurs de l'activité. (Ceux qui ont lu mon Rémi III consacré à la « conquête du langage écrit » retrouveront aussi l'idée du message renvoyé à l'auteur par le maître par le miroir du tableau).

(A)

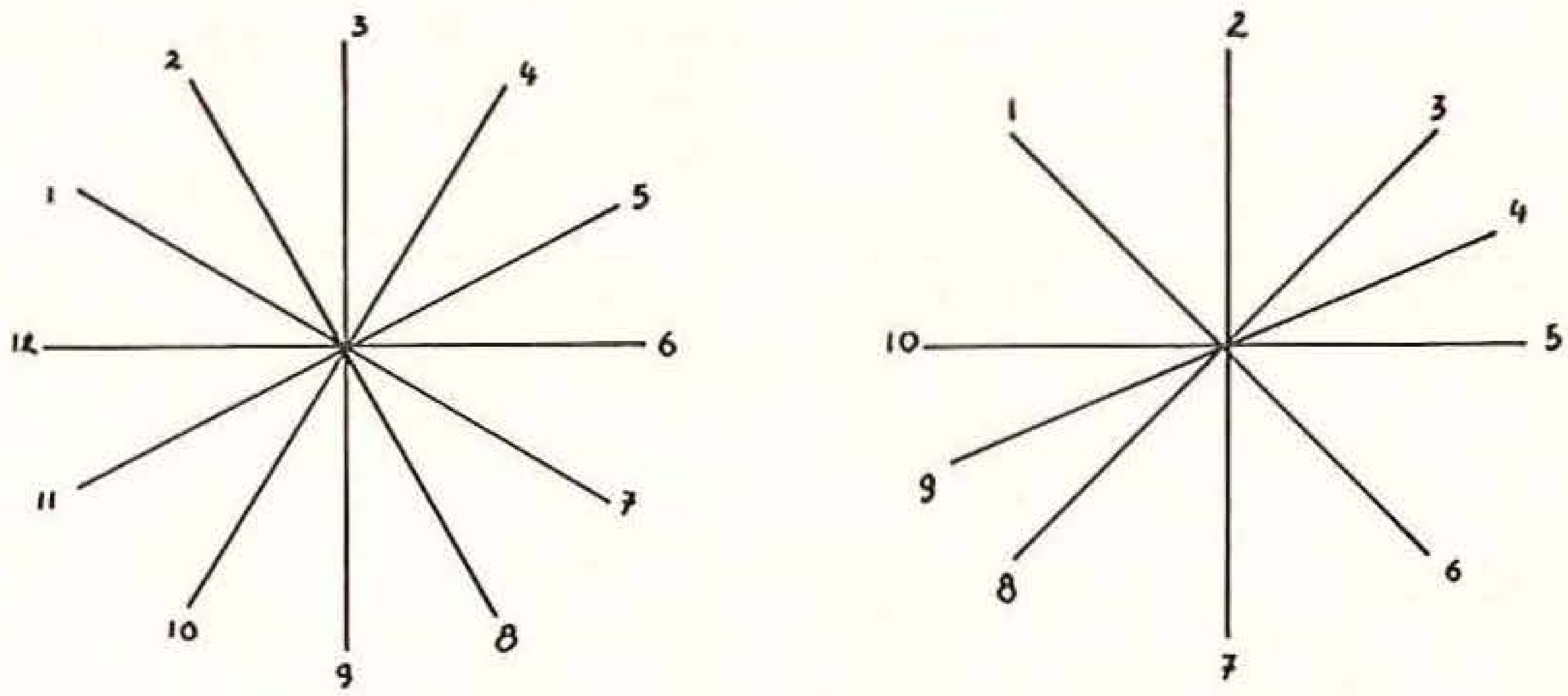


Voici une création familière aux enfants. Que peut-on en tirer : au moins une chose : la notion de classes d'équivalence ou, du moins, l'approche de cette notion. En effet, aux extrémités de chaque segment, il y a deux nombres qui diffèrent de 4 (1,5) (2,6) (3,7) (4,8). Le second correspond au premier par la relation + 4. Ou, si l'on préfère, on peut peut-être dire : le second est l'image du premier par la relation + 4. Pour nous 1 et 5 sont de la même famille modulo 4. C'est la famille : Reste Un. (Quand on les divise par 4, il reste 1). Cela se vérifie avec les réglettes Cuisenaire : le 5 (jaune) et le 1 (blanc) « mesurés » par le 4 donnent 1 pour reste. Mais 4 et 8 sont de la famille 0 (le terme exact : c'est la classe $\dot{0}$). Ce sont des multiples de 4.

Mais à ce moment, en gymnastique, nous faisions des parcours sous le préau. Alors nous avons placé les grandes réglettes de la classe (1,2,3,4,5,6,7,8) et nous avons « marché » la création de Pierrick (médianes et diagonales du préau).

Ce même jour :

(B)



Grâce à Denis qui a une propension à voir les différences nous avons abordé les classes d'équivalence à partir de la création précédente. Et nous les retrouvons ici. Mais cette fois-ci les nombres de la même famille (de la même classe) sont différents. Cette fois le 1 va avec le 7, le 2 avec le 8, etc. (modulo 6) et, à droite le 1 avec le 6, le 2 avec le 7, etc. (modulo 5).

Et la classe $\dot{0}$, la classe des multiples c'est 6-12 (mod. 6) et 5-10 (mod. 5).

(C)

Toujours ce 25 octobre voici maintenant.

$0 + 0 = 0$
$1 + 1 + 1 = 3$
$2 + 2 + 2 + 2 = 8$
$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$
$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$

La source de cette invention se trouve dans une création de Joëlle qui remonte à loin puisqu'elle était apparue le 4-10.

La voici : $1 + 2 + 4 = 7$
$1 + 3 + 4 = 8$
$1 + 3 + 5 = 9$

Nous avions constaté que l'on augmentait de 1 le nombre du milieu puis celui de droite (on aurait pu continuer).

Nous avions eu aussi ce 4-10 ces créations de Philippe Roux (CE1) :
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

et de Yvon :
$2 + 1 = 3$ $3 + 2 = 5$ $5 + 3 = 8$ $8 + 4 = 12$
$12 + 5 = 17$

Pierrick a simplement systématisé. Mais il a oublié d'ajouter un 4 supplémentaire. Il fallait six 4 qui auraient donné 24. Evidemment, c'est encore Denis, le roi de la différence qui a songé à comparer les nombres. Et l'on a vu que les différences croissaient de 2 à chaque fois. Et c'est même à cette occasion que l'on s'est aperçu que 15 + 9 donnaient 24 et non 20 et que là, par conséquent, il devait y avoir une erreur.

Mais pourquoi Denis est-il spécialiste de la différence. A cause d'une première réussite ? Parce qu'il est jaloux de son petit frère et qu'il compare toujours les parts ? Je ne sais. Mais je sais qu'un groupe classe composé d'individus qui posent sur les choses beaucoup de grilles différentes a beaucoup de chances d'avancer.

(D)

$$\begin{array}{r} 56 \\ +\ 78 \\ \hline 133 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 76 \\ +\ 58 \\ \hline 133 \end{array}$$

On le voit : le calcul numérique n'est pas très assuré chez Pierrick. Détail que cela. Les choses se mettront d'elles-mêmes en place. S'il faut absolument un petit coup de pouce, nous nous en préoccuperons. Mais pas maintenant, non, non. Maintenant, priorité aux maths.

Cette fois, c'est Serge qui est à l'origine de la découverte. Il avait écrit :

$$\begin{array}{r} 89 \\ +\ 67 \\ \hline 156 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 87 \\ +\ 69 \\ \hline 156 \end{array}$$

Nous avions compris son système (son truc) : il permute les chiffres des unités. Jean-Paul dit :

— On pourrait aussi permuter les chiffres des dizaines.

Alors je pose la question :

— A partir de $\begin{array}{r} 89 \\ +\ 67 \\ \hline \end{array}$ combien peut-on faire d'opérations qui donnent 156 ?

Naturellement : 4 opérations. Vous le voyez, je suis allé un peu plus loin que la donnée initiale ; j'ai poussé un peu. C'est exceptionnel. Car maintenant je suis assez sage pour laisser les choses mûrir d'elles-mêmes. Il y aura toujours quelqu'un qui reprendra ce qui a été examiné et qui, volontairement ou involontairement donnera quelque chose d'un peu différent. Et c'est cette légère déviation qui ouvrira une autre piste. C'est ainsi que ce 25-10 Patrick avait donné quelque chose de différent de Serge et Pierrick :

$$\begin{array}{r} 123 \\ +\ 321 \\ \hline 444 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 321 \\ +\ 123 \\ \hline 444 \end{array}$$

Il ajoutait une symétrie horizontale dans les chiffres. Mais en fait, il n'aboutissait qu'à un cas particulier de la permutation : celle de tous les chiffres. Ce qui aboutit à la commutativité $123 + 321 = 321 + 123$.

Cette fois-ci j'ai commis une deuxième faute, j'ai fait une seconde entorse à mes principes en examinant la création de Serge car j'ai dit :

« Ce que Serge a fait avec des chiffres on pourrait le faire avec n'importe quoi. »

Et les enfants ont donné des lettres. Et aussitôt Pierrick, notre récepteur sensible, s'en est trouvé informé. Et il écrit :

(E)

$$\begin{array}{c} a\ b \\ c\ g \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c} c\ b \\ a\ g \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c} g\ a \\ b\ a \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c} b\ a \\ g\ c \\ \hline \end{array}$$

Je ne crois pas que l'on ait examiné ce travail. Peut-être l'ai-je dédaigné parce qu'il y avait beaucoup d'autres réalisations à examiner ce jour-là. Ou bien parce qu'elle n'était pas apparue spontanément. Et je répugnais sans doute à tricher.

D'ailleurs, 5 jours après, Ghislaine nous donnera l'occasion de reprendre ce thème puisqu'elle écrira le 30-10 :

$$\begin{array}{r} 56 \\ +\ 12 \\ \hline 68 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ +\ 56 \\ \hline 68 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ +\ 56 \\ \hline 77 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ +\ 21 \\ \hline 77 \end{array}$$

Elle s'étonnera de ne pas trouver quatre fois le même résultat comme elle s'y attendait. La critique de la classe lui permettra de constater que pour obtenir à chaque fois le même résultat, il faut permuter les unités entre elles, les dizaines entre elles, sans opérer de croisements. C'est-à-dire à l'intérieur de la maison de Robin (unités) et de la maison de Denis (dizaines) mais sans changer de maison : Exemple :

$$\begin{array}{c} 56 \\ 12 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 52 \\ 16 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 16 \\ 52 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 12 \\ 56 \end{array}$$

— Notez bien qu'en autorisant les changements de maison on arrivait aux permutations. Mais là n'était pas notre recherche du moment.

Mais voici encore une autre invention de cette journée fertile :

(F)

1	**2**	3	**4**	5	**6**	7	**8**	9	**10**	11	**12**	13	**14**	15

On appelle cela les créneaux. Et l'on voit immédiatement la position des nombres en pairs et impairs.

(G)

Et voici pour terminer :

$0 + 0 = 0$	$28 = 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$
$0 + 1 = 1$	$21 = 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$
$0 + 1 + 2 = 3$	$15 = 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$
$0 + 1 + 2 + 3 = 6$	$10 = 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$
$0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$	$6 = 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$
$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$	$3 = 2 \quad 1 \quad 0$
$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$	$1 = 1 \quad 0$
$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$	$0 = 0$

N'est-ce pas remarquable ? Déjà en C, l'enfant avait abordé ce thème. Non, non, ce n'est pas la même chose. Cette fois, il s'agit du développement des nombres triangulaires qui avaient été abordés par Philippe Roux le 4-10

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ et repris par le même Philippe le 11-10

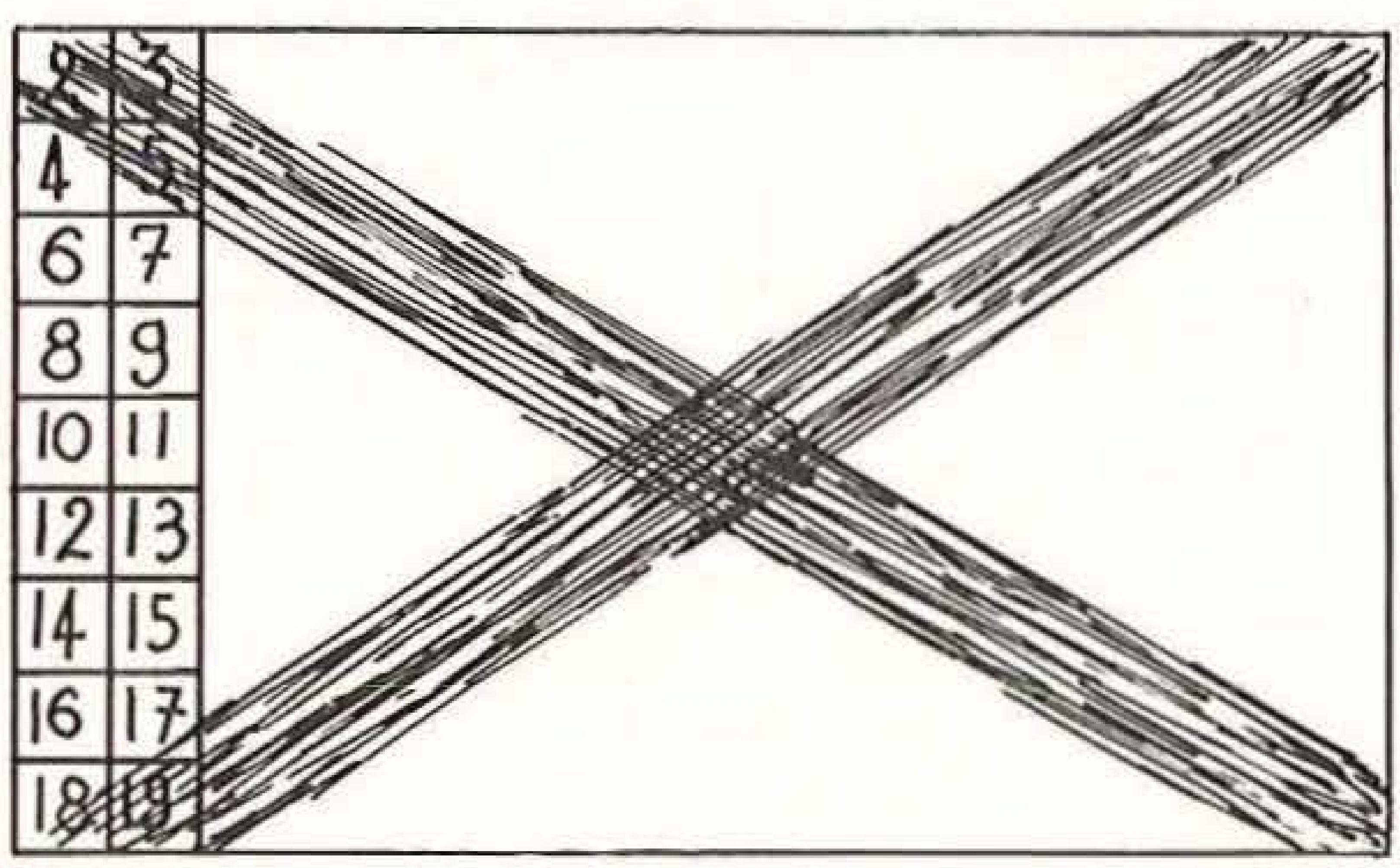
$1 + 2 + 3 = 6$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 20$

On le voit, Philippe Roux tournait autour. Mais Pierrick, lui, a une fois de plus prolongé et systématisé la découverte. Et il en a même donné une expression symétrique.

(H)

Ce n'était pas tout. Ce même jour Pierrick avait entamé autre chose :



Pourquoi s'est-il arrêté en chemin ? Par fatigue probablement. Il en était à la 8e création de la journée et il a dû s'apercevoir que ça promettait d'être long. Mais cette amorce de travail ne sera pas inutile. On verra sans doute un jour reparaître cette graine stoppée dans son éclosion.

(I)

Il ne reste plus rien. Ah ! si :

$$\begin{aligned} 8\,l + x\,l &= 10\,l \\ x\,l + 8\,l &= 10\,l \\ 10\,l - x\,l &= 8\,l \end{aligned}$$

C'est la reprise des « tiercés » avec, au départ, la commutativité de l'addition. Et à l'arrivée l'absence de $10\,l - 8\,l = x\,l$ qui donnait la solution de l'équation.

On notera l'emploi erroné du l dans l'équation. Mais nous n'en sommes encore qu'au dégrossissage : nous n'allons pas songer à la rigueur dès le départ. (Des gens beaucoup plus qualifiés que moi sauront bien s'en charger, au CES. Pour l'instant nous n'en sommes qu'à la première exploration et non à la systématisation).

26 OCTOBRE

(A)

d	s
3	0

d	s
4	5

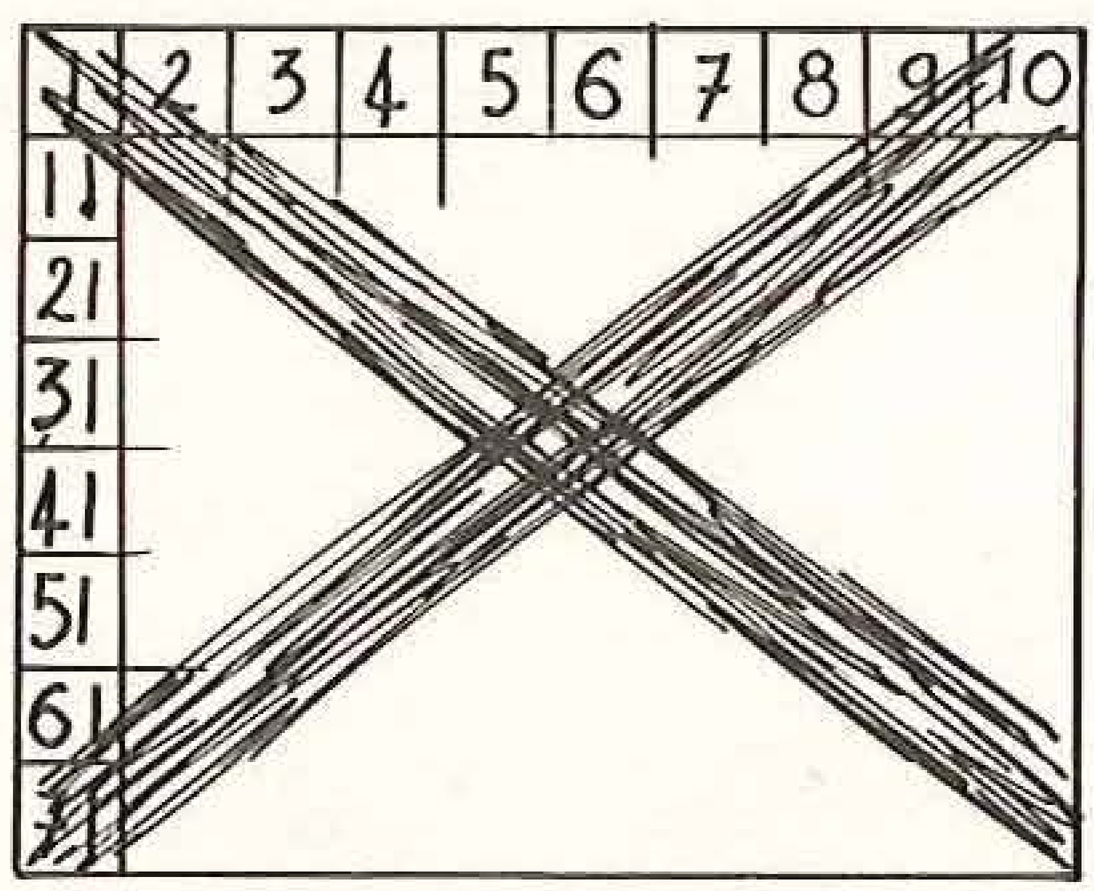
d	s
2	4

d	s
1	0

Le d et le s doivent signifier « dizaines » et « seuls ».

(B)

Pierrick démarre à nouveau un quadrillage à 10. Mais il s'interrompt, je ne sais trop pourquoi. Sans doute parce qu'il l'avait déjà réalisé le 18-10. J'ai représenté les ratures parce qu'elles ont peut-être de l'importance.



(C)

$$\begin{array}{r} 56 \\ +\ 78 \\ \hline 124 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 76 \\ +\ 58 \\ \hline 134 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 78 \\ +\ 56 \\ \hline 134 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 76 \\ +\ 58 \\ \hline 134 \end{array}$$

Pierrick croit avoir trouvé les quatre opérations que l'on peut construire sur
56
+ 78 (en comptant l'opération identique ou, mieux, la transformation identique). Mais en réalité, la seconde et la quatrième opérations sont identiques. Cependant, le 124 nous fait nous interroger. Est-ce que le système du résultat constant n'intervient pas à chaque fois. Ou bien est-ce simplement une erreur de calcul. Naturellement, il s'agit d'une erreur de calcul. Ceci prouve une fois de plus que la

perception de la possibilité d'une structure commune à plusieurs faits permet d'examiner ces faits pour voir si certains d'entre eux y échappent vraiment. Et vérification faite on s'aperçoit souvent que l'ordre entr'aperçu existe vraiment.

J'insiste sur cette relation entre l'erreur et l'intuition d'un ordre parce qu'elle m'est apparue personnellement récemment en cherchant la loi du tiercé dans l'ordre. Et puis, c'est même un fait reconnu par les scientifiques, qui citent souvent l'exemple de Le Verrier qui avait un trou dans la structure qu'il devinait, et qui boucha le trou avec la planète Uranus.

(D)

« *Je veux m'acheter un camion qui vaut* 5 000 *F. Mais je n'ai que* 500 *F. Combien m'en reste-t-il ?* »

Solution.

Pour la première fois, Pierrick aborde les inventions de problème. Je m'empresse de signaler que pour moi, il n'y a problème que lorsqu'il y a véritablement problème pour les enfants. Je ne veux pas les mettre devant des problèmes à moi, que j'inventerais spécialement pour des motivations qui me seraient personnelles telles que : « entraîner les élèves pour qu'ils s'habituent à faire les problèmes stupides des livres ou des examens ».

Evidemment, il faut beaucoup de sécurité pour accepter cela. C'est vrai, je suis tranquille. En 17 jours de classe nous n'avions eu spontanément jusqu'ici que le problème de la différence de hauteur des piliers. Mais un tel problème, survenu comme événement et inscrit dans les affectivités, les circonstances et les sens, en valait 50 autres. Puis le 16-10, nous avons eu le problème inventé d'après $1\,l + x = 3\,l$ et traduit en essence dans un moteur. Et ce même jour, un deuxième problème mais vraiment vrai celui-là puisqu'il s'agissait de raisin blanc et de raisin noir rapportés des vendanges en Anjou par le père de Jeannot. Patrick avait demandé spontanément (et non scolairement : je veux dire naturellement et non dans l'intention scolaire de faire un problème scolaire) :

— Combien pèsent les raisins ?

Alors, naturellement, nous avions sorti la balance et pesé : le noir, le blanc, avec la boîte, sans la boîte (encore le tiercé ! raisin + boîte = tout) ce qu'on donnait à la classe voisine, ce que l'on gardait pour nous.

Cinq jours plus tard, le 21, Patrick, l'amateur de poids, avait mis 512 g dans un plateau et dans l'autre les échecs et 80 g. Et nous avions travaillé là-dessus « spontanément », sans forçage de ma part. Vous le voyez pour moi, il n'y a pas de problème : s'il n'y a pas de problème, il n'y a pas de problème. Mais s'il y en a un, alors nous nous y arrêtons aussi longtemps qu'il intéresse les enfants. S'ils ne vont pas jusqu'au bout de leurs idées, cela ne fait rien : on ne force pas, c'est qu'ils avaient envie d'autre chose. Mais je suis sans crainte car ils reprennent toujours, un jour ou l'autre l'idée qu'ils n'ont pas menée à bien. Et c'est ce respect du cheminement de l'enfant, cette culture — pour lui — qui m'apparaît la moins interventionniste, la moins traumatisante et, en fin de compte, la plus rentable (l'horrible mot).

Tenez, le 25-10, les petits du CE1 qui ont fait beaucoup de problèmes de ce genre au CP s'inventent des problèmes d'oranges achetées, de châtaignes mangées, de dessins retirés. Et c'est cette piste qu'aujourd'hui notre Pierrick emprunte.

Pour en finir avec ce sujet, je dois ajouter que nous distinguons : l'histoire chiffrée qui ne devient problème que lorsqu'il y a une question, le titre de l'opération, l'opération et la critique du résultat. Donc la critique peut s'exercer sur cinq points : l'histoire, la question, le titre (la formulation de la réponse), l'opération et le résultat.

Et pour maîtriser ces cinq points, il faut pour chacun un tâtonnement qui peut être long et qui est spécifique.

Ici, dans le problème D, la question est mal posée. Il ne faut pas demander « *Combien m'en reste-t-il ?* », mais « *Combien me manque-t-il ?* ». Il faut aussi tâtonner dans le domaine de la propriété des termes.

La solution a été trouvée en commun par extension du problème des piliers qui est le problème référence pour les mesures de longueur. (Pour les poids, ce sont les raisins qui ont fourni la référence : non pas des raisins préfabriqués, des raisins artificiels, mais les vrais raisins de la vie).

Nous avions :

petit bout de bois + moyen bout de bois = grand bout de bois

$$P \quad + \quad M \quad = \quad G$$

d'où $G - M = P$ et $G - P = M$

Ici on fait la même chose avec les sommes d'argent.

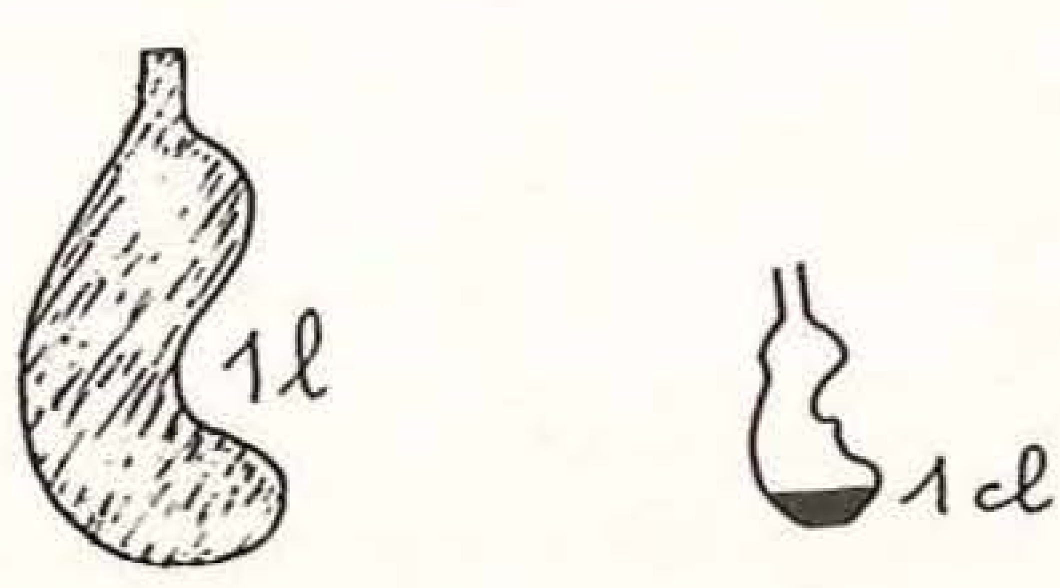
Il manque $G - P = M$

On pouvait dire également $500 + \quad = 5\,000$ ou $500 + \bullet = 5\,000$ ou $500 + x = 5\,000$ et même, à la rigueur $500 + \overline{500} = 5\,000$.

Ce qui prouve que nous faisons bien de prendre notre plaisir à jouer sur les structures dégagées du réel puisque, un jour ou l'autre, on peut les réinvestir dans le réel.

Alors, la peste soit des problèmes artificiels de salades qui font rêver à l'huile, au citron, à la mayonnaise, à la couleur verte, aux endives, à la scarole, à la laitue, aux chemins argentés des limaces et détournent de la structure. Mais vivent les vrais problèmes, c'est-à-dire ceux qui font problème pour l'enfant, qu'ils soient réels ou inventés.

Tenez, j'ai oublié de vous le signaler : le 8 l + x l = 10 l d'hier était dérivé d'un problème de Eric réalisé à la suite du dessin suivant.



Ce qui prouve que, sans nul forçage, nous avons déjà pour les contenances, les mesures de longueur, l'argent, les poids, un problème qui constitue une référence totale parce qu'elle est bordée d'atomes crochants tels que rires, questions, surprises, doutes, incertitudes, attente, moquerie et solution. Sans compter : les couleurs, le jus du raisin, son goût, la tête de Eric qui s'est trompé... et aussi les entremêlements des timbres des divers glapissements de joie ou d'interrogation, le poids des silences, etc.

28 OCTOBRE

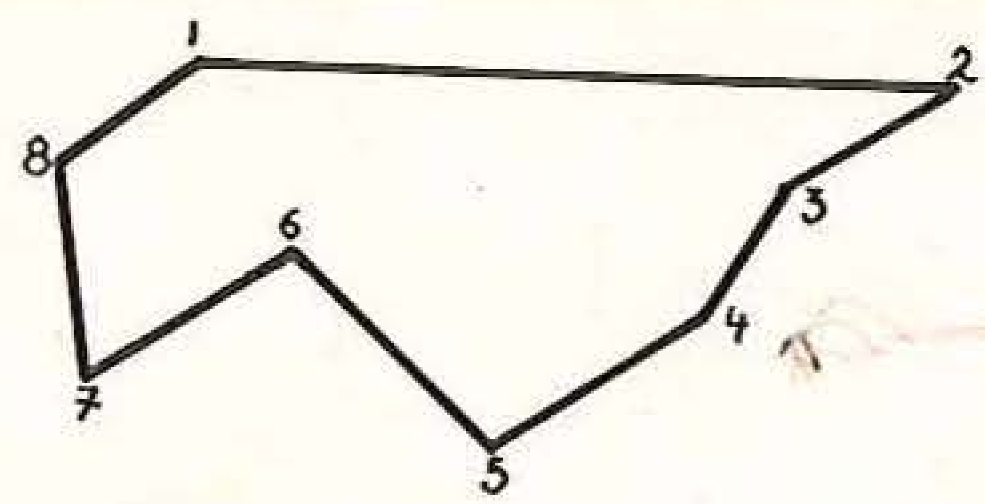
(A)

$$\begin{array}{r} 145 \\ +\ 541 \\ \hline 686 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 541 \\ +\ 145 \\ \hline 686 \end{array}$$

Pierrick reprend la piste de Patrick : les permutations au sein de chaque « maison » mais avec 3 maisons. Mais il s'arrête à la simple commutativité.

Voici maintenant :

(B)



Je n'ai pas su tirer parti de cette création dont la première idée fut lancée le 16-10 par Joëlle.

Je n'ai pas su voir qu'on aurait pu introduire la notion d'ordre. C'est une émission de télé, un mois après, qui m'y a fait penser. Et je l'ai bien reçue parce que j'avais cette question restée en suspens dans l'esprit. Vous voyez qu'on a constamment besoin d'une information qui peut nous être donnée efficacement (*après la question*) par la télé, ou des livres, ou mieux, la critique des camarades sur place.

(C)

$$\begin{array}{r|l} 600 & \underline{\ 5\ \ } \\ 100 & 001 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 500 & \underline{\ 2\ \ } \\ 100 & 002 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 700 & \underline{\ 5\ \ } \\ 200 & 001 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 800 & \underline{\ 2\ \ } \\ 000 & 004 \\ 0 & \end{array}$$

Tiens, une crise d'opérations. C'est une crise tout à fait normale.

Ce n'est pas parce que nous faisons des mathématiques que nous allons refuser le calcul. Il vient ? Nous l'accueillons. Il s'en va ? Bon voyage. Ce qui compte, à mes yeux, c'est que je n'ai plus, comme autrefois, la hantise des résultats : le calcul, c'est le parfum de la mathématique. Si nous nous occupons de la fleur, le parfum sera donné en prime. Aussi, je suis bien décidé à ne pas me soucier des acquisitions au cours du premier trimestre. Je pourrais être tenté de bien les mettre en place, d'abord, afin d'assurer mes arrières et de galoper plus librement. Mais ce serait un gaspillage. Car lorsque je me préoccuperai un peu plus des acquisitions de calcul dans le second trimestre, presque tout se sera mis en place, tout seul. En effet, il y a un tel appétit de mathématique, une telle ardeur, une telle joie que l'on ne puisse envisager un seul instant que les choses « dues », ne soient jamais sues.

Je paraîtrai peut-être pusillanime à certains. Mais les programmes n'ont pas changé. Et j'ai des responsabilités vis-à-vis de mon CE2 qui va me quitter pour le CM1. Pour le CE1, je suis tout à fait tranquille, car je respecte *mon* programme (CP jusqu'à 10, CE1 jusqu'à 20, etc.).

Pour les divisions, c'est la critique de la classe qui a permis à Pierrick de comprendre qu'il faisait ses opérations à l'envers.

(D)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56

Voici un quadrillage portant sur des bandes de 14.
Non examiné

(E)

1		3		4		8		9
			12		14		16	
18		20		22		24		25

Une amorce de damier par coloriage des pairs, mais il y a des déraillements. C'est Joëlle qui avait lancé cette affaire.

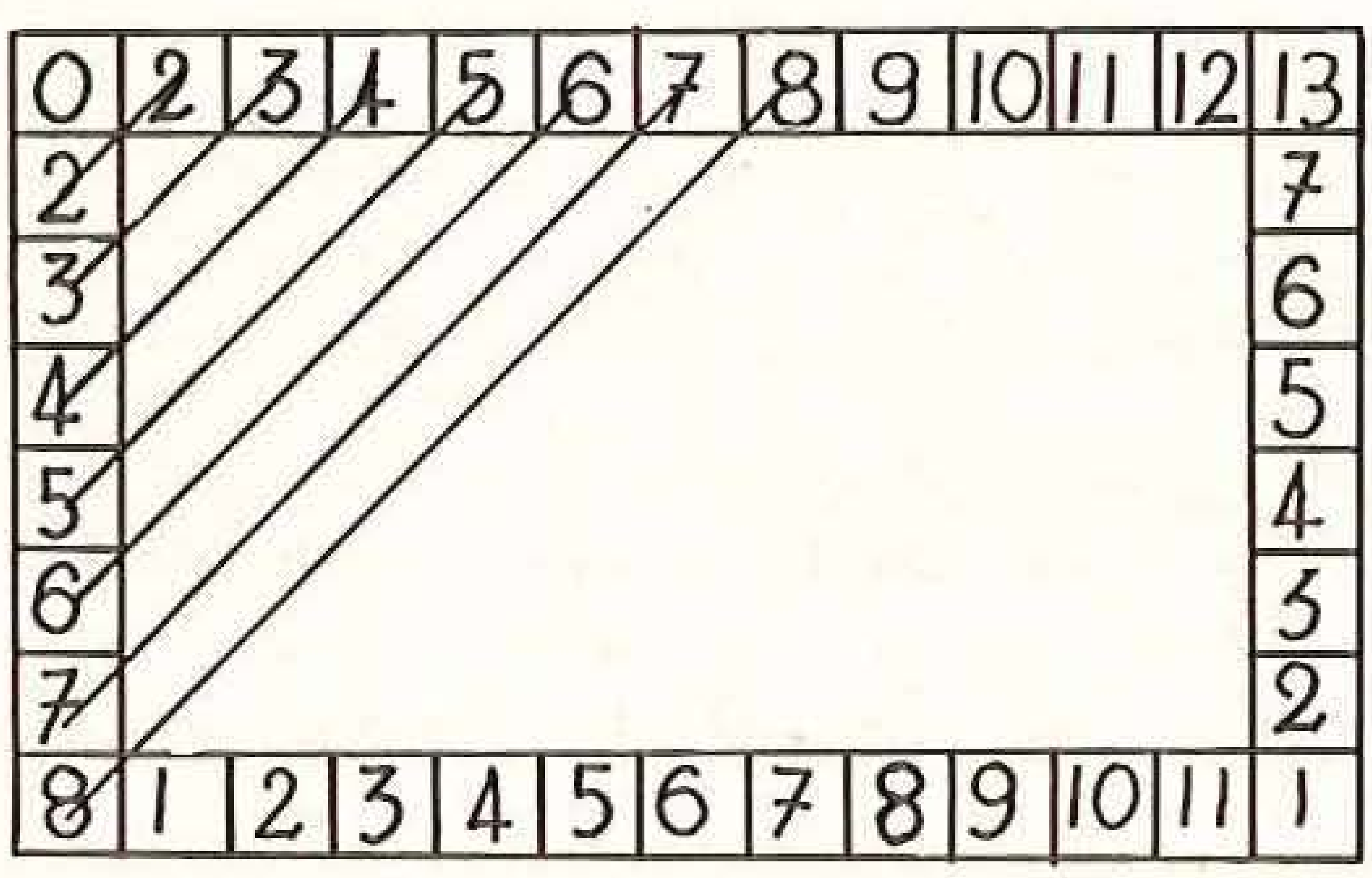
30 OCTOBRE

(A)

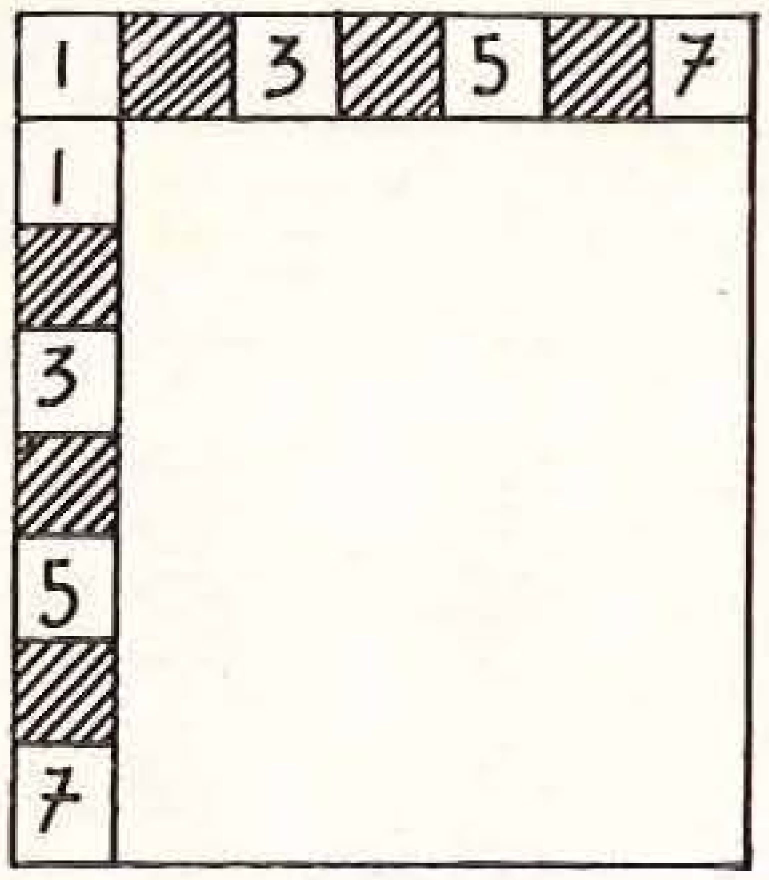
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Voici encore un quadrillage sur 10.
Pierrick l'avait déjà réalisé le 18-10.
Et il l'avait repris le 26-10.
Cela a l'air de lui plaire.

(B)



C'est Ginette qui est à l'origine de cette création car elle avait réalisé
(page suivante)



Nous avions discuté sur les deux 1 de départ. Puis sur les nombres qui composent l'ensemble horizontal et l'ensemble vertical.
Joëlle ayant repris cette création nous avions établi une correspondance entre les nombres semblables.
Et aujourd'hui cette idée est reprise. Et l'on s'aperçoit que les traits sont parallèles. Nous avons aussi discuté sur le 0 que l'on aurait pu remplacer par un 1.

(C)

$$3 + \overline{3} = 12 \longrightarrow \overline{3} = 9$$
$$6 + \overline{6} = 24 \longrightarrow \overline{6} =$$

Oui la même erreur se trouve ici reproduite, ce ne sont que les ensembles qui peuvent être complémentaires et non les cardinaux. Mais je ne m'inquiète pas. Je sais que certains vont me faire les gros yeux. Mais si vous saviez ce qu'il faut de répétitions avant qu'une notion soit inscrite dans le comportement d'un être ! Et nous justement nous n'inscrivons rien, nous ne faisons qu'explorer. Alors toutes les erreurs sont réparables. Et puis, l'essentiel à ce niveau, ce n'est pas l'écriture : c'est le jeu de la complémentarité. C'est le jeu sur l'équation de la forme : L'écriture ou pour mieux dire la représentation n'est pas l'élément fondamental. C'est l'idée qui compte avant tout.

$$a + x = b$$
$$3 + x = 12$$
$$c + y = 24$$

(D)

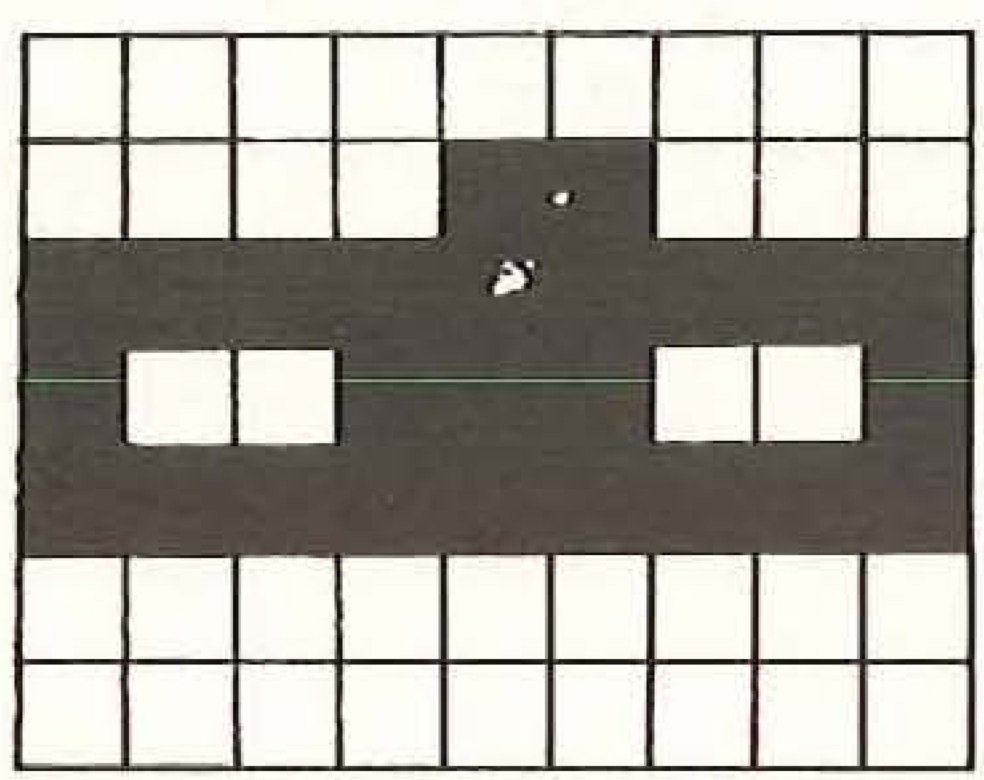
Pierrick a dû se demander : — Et maintenant, pour terminer, qu'est-ce que je pourrais bien inventer ? Et pourquoi pas un petit problème.

« *J'ai* 30 *grappes de raisin. J'en ai mangé* 18. *Combien en reste-t-il ?*
Solution. »

Cette fois la question est correctement posée. Mais la solution est restée en suspens.

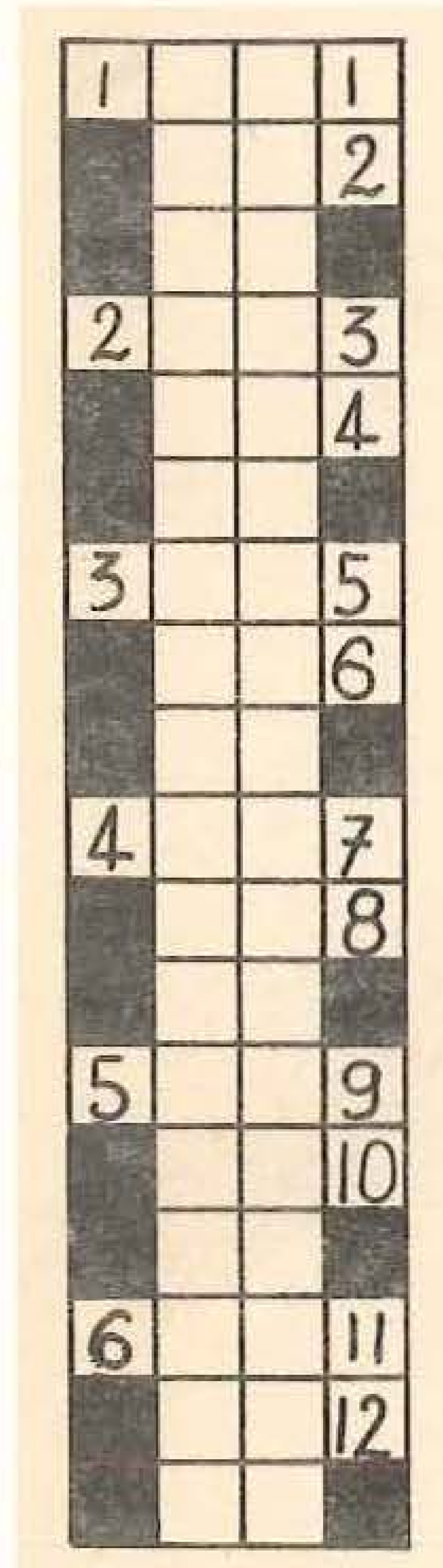
4 NOVEMBRE

Pierrick



Je croyais que ce dessin était une création originale de Pierrick. Mais je me trompais. En effet, la veille des vacances de la Toussaint, nous avions étudié la création de Eric reproduite ci-contre.

Eric



Nous avions vu par exemple que
(2 blancs + 1 noir) × 5 = (2n + 1b) × 5.

Nous avions vu également le décalage progressif des 1, des 2, des 3, des 4, des 5, des 6. Et entre les nombres qui étaient sur la même ligne, la différence augmentait d'une unité à chaque fois. Cette création nous avait ravis : quelle perfection dans la régularité !

Eh ! bien, justement, je crois que c'est cette perfection qui a séduit Pierrick. Mais nous avons débouché sur quelque chose d'absolument inattendu. Et gros de conséquence puisque nous abordons par ce biais le calcul des aires.

Patrick avait proposé de boucher un trou blanc avec les 2 carrés noirs en excédent. Mais il restait une lacune à combler. Quel dommage ! Ah ! si ceux-là avaient pu être bouchés aussi, quelle perfection. Alors je propose :

— Considérons-les comme bouchés.

— Alors c'est facile : 9 × 3 = 27 noirs, et 9 × 4 = 36 blancs.

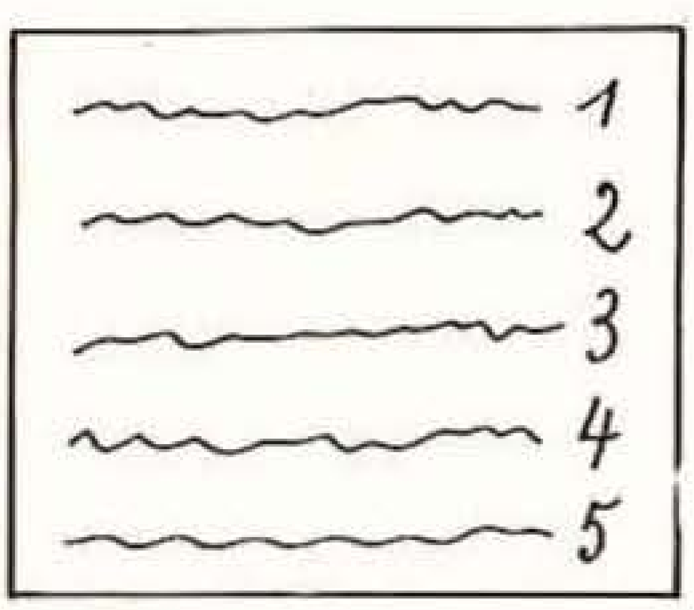
— Oui, mais ?

— Oh ! c'est facile : 2 noirs de moins 27 — 2 = 25.

— Et alors deux blancs de plus 36 + 2 = 38.

— Moi j'ai une autre idée, dit Denis. On aurait en tout 9 × 7 = 63 carrés. Et il y a 25 noirs, donc il reste : 63 — 25 = 38 blancs.

(B)



Nous n'avons rien fait de cela. Mais puisque c'est sur le carnet, je le reproduis. Certains y verront peut-être l'amorce d'une idée qui sera reprise plus tard (fonction). Laissons mûrir les choses. Il ne faut jamais forcer. Ici, il y a l'idée d'arrivée, ou tout au moins une certaine idée de correspondance ne serait-ce qu'entre les lignes et les chiffres. Qui ne sent comme un vide à gauche, vide que l'on serait tenté de remplir et qui déboucherait sur la fonction. J'insiste là-dessus : pas plus qu'en langage écrit, qu'en techniques parlées, il ne saurait y avoir de création gratuite. Je vois ces petites amorces de quelque chose comme des atomes crochus dans un monde aléatoire. Et qui sait par quel hasard fortuit, une rencontre de deux atomes donnera la molécule-mère d'une structure nouvelle. Comme je sens là le tâtonnement expérimental, quand il n'en est qu'à l'aube (*un* point du jour) avant l'aurore, molécule du jour.

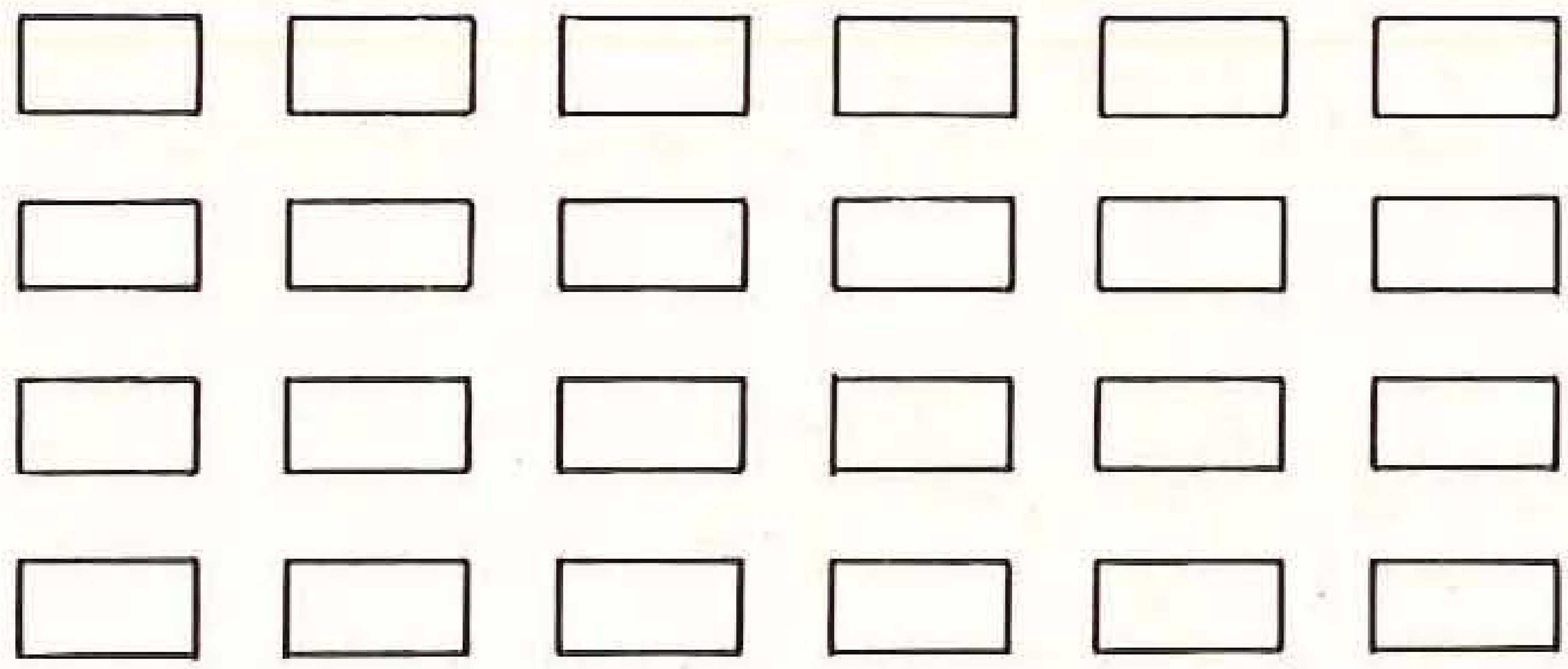
5 NOVEMBRE

Tout ça c'est bien beau. Mais revenons sur terre.

« *J'ai un jardin qui mesure 60 m de long* ».

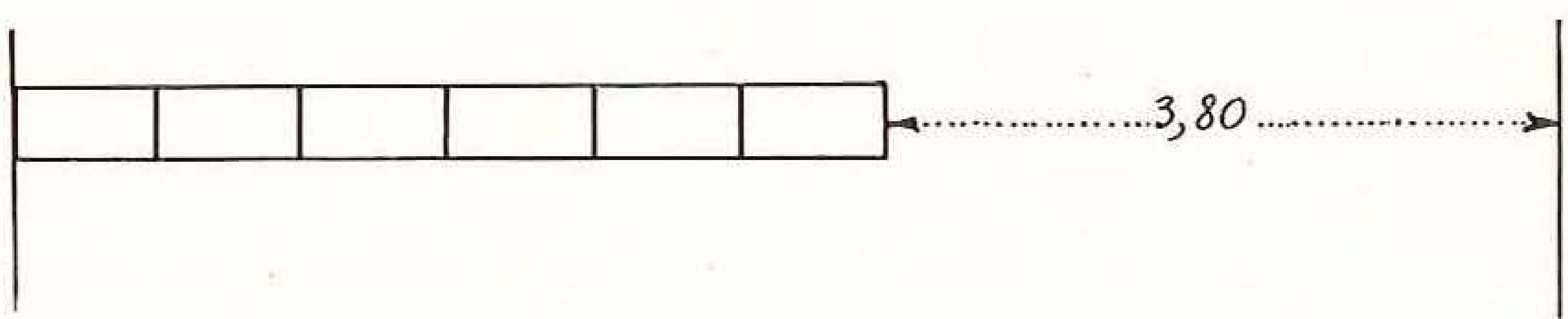
C'est tout. Pas de question, pas de réponse, pas même de largeur. Puisqu'on n'en peut rien faire, profitons-en pour parler d'un autre problème-événement-référence.

Depuis le début de l'année, pour faire original, ou pour mieux repérer mes CE, mes tables étaient en fer à cheval. Mais lorsque nous avons décidé d'installer les ateliers d'électricité, de cartonnage, de géométrie dans l'espace... nous nous sommes aperçus que la disposition de nos tables gênait la circulation autour de la grosse table du fond. Alors nous les avons mises ainsi :



Mais cela ne s'est pas fait sans peine. Nous avons calculé les espaces au jugé en retirant ici, en ajoutant là. Et les cinq espaces qui mesuraient 81 cm, 73 cm, 72 cm, 78 cm, 76 cm sont devenus 76 cm, 76 cm, 76 cm, 76 cm, 76 cm. C'était une solution satisfaisante.

Mais nous avons repris le problème en collant dans la classe toutes les tables contre le mur de gauche comme ci-dessous :



Elles prenaient 60 cm × 6 = 360 cm. Il restait un espace de 7,40 m — 3,60 m = 3,80 m que l'on a partagé en 5 morceaux égaux.

J'abrège. Mais l'on voit que la politique qui consiste à n'accepter les problèmes que lorsqu'ils apparaissent vraiment est très payante. Car ce que l'on fait, à même la vie, on le voit avec les yeux de l'attention ; et même de la passion. Et avec, par avance le goût du raisin dans la bouche et ici, la perspective de la juste répartition des tables puisque c'est cela que l'on attend. Et qui est aussi pour certains, comme un dessert. Vous le voyez : ici, nous avons retrouvé tout naturellement les mesures de longueur et les ensembles complémentaires puisque tables + espace libre = largeur de la classe avec une petite ornementation supplémentaire puisque c'était :
6 tables + 5 espaces = largeur de la classe.

6 NOVEMBRE

0000	**0001**	**0010**	**0100**	**1000**	**1111**
$\begin{array}{r} 5342 \\ +\ 4651 \\ \hline 9993 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5341 \\ +\ 4652 \\ \hline 9993 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5352 \\ +\ 4641 \\ \hline 9993 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5642 \\ +\ 4351 \\ \hline 9993 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4342 \\ +\ 5651 \\ \hline 9993 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4642 \\ +\ 5351 \\ \hline 9933 \end{array}$

Holà ! De quoi s'agit-il ? Eh ! bien tout simplement de la recherche sur les permutations à l'intérieur des « maisons » qui continue de progresser. Hier Josiane en était arrivée au programme des additions de 2 nombres à 3 chiffres. Une fois de plus, Pierrick a repris la création d'un de ses camarades, mais en essayant de faire mieux : il s'est attaqué aux additions de 2 nombres de 4 chiffres.

Mais il faut que je revienne sur ces « programmes ».

Il y a longtemps que j'ai pris contact avec le système binaire (une quinzaine d'années). Et, il y a 5 ans, je m'étais aussi amusé à faire un diagramme de Venn à 4 éléments pour visualiser les résultats de mes élèves en lecture, écriture, calcul et français (on le voit, moi, ma maladie, c'est de sauter sur toute nouveauté pour voir quel parti on peut en tirer).

Et voilà qu'un jour, en feuilletant un livre consacré à l'Algèbre de Boole, je tombe sur les cartes de Karnaught qui associent justement le système binaire au diagramme de Venn à 4 éléments. Vous pensez si j'ai agrandi mes yeux. Et parce que cela allait dans le sens de ma construction personnelle, parce que cela la prolongeait, j'ai assimilé très facilement des choses très intéressantes. Il me restait à les offrir à mes enfants dans l'optique de « tous les départs avant 8-9 ans ». C'est-à-dire dans la perspective de l'ouverture maximale des pistes de recherche.

Mais attention, il ne s'agissait pas pour moi de les imposer à mes enfants. Non, fidèle aux enseignements de Delbasty, je voulais simplement être prêt à les recevoir, à les apercevoir quand elles apparaîtraient.

Eh ! bien, je ne pensais pas que cela pût venir si vite. Et par un biais que mon ancienne cervelle de pédagogue n'aurait pu *pré* voir.

A la vérité, je me faisais tout un monde de ce système binaire. Et je me disais qu'il faudrait des circonstances vraiment exceptionnelles pour qu'il atterrisse un jour dans ma classe. Eh ! bien, non, ça a été tout simple. Il a suffi que Serge écrive un jour :

$$\begin{array}{r} 89 \\ +\ 67 \\ \hline 156 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 87 \\ +\ 69 \\ \hline 156 \end{array}$$

pour que tout démarre. Vous remarquerez tout au long du cahier que l'on ne parle pas beaucoup de Serge. Mais quand il tire un coup de pistolet dans le concert, ça fait du bruit. Un bruit suffisamment fort pour qu'il s'en souvienne et qu'il sache que, parfois, lui aussi, il est capable de beaucoup... et de beaux coups.

En examinant la création de Serge nous avions constaté que c'était seulement dans la maison de Robin qu'un changement avait été effectué. Alors j'ai demandé :

$$\begin{array}{r} 89 \\ +\ 67 \\ \hline 156 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 87 \\ +\ 69 \\ \hline 156 \end{array}$$

« Qu'est-ce qu'on peut dire ?

— Oui Robin, non Denis. »

Alors j'ai parlé de ma machine à laver. Pour la mettre en marche, il n'y a pas de bouton sur lequel on aurait écrit : marche, ni de bouton sur lequel on aurait écrit : arrêt (comme sur les compteurs électriques et les disjoncteurs). Non, dans ma machine, il y a quelque chose que je ne comprends pas très bien $\boxed{1}\boxed{0}$

— Oh ! c'est facile, dit Eric, 1 c'est : oui, ça marche. 0 c'est : non, ça ne marche pas.

— Alors qu'est-ce qu'il a fait Serge ?

— Il a changé chez Robin, mais pas chez Denis.

— Alors ?

— Alors, ça donne 01.

Pierrick se précipite.

— Oui mais chez Denis on aurait pu changer au lieu de changer chez Robin.

— Alors ?

— Alors ça donne

$$\begin{array}{r} 69 \\ +\ 87 \\ 156 \end{array}$$

et c'est 10

Mais on peut changer les deux

$$\begin{array}{r} 67 \\ +\ 89 \\ 156 \end{array}$$

et c'est 11.

Ou bien on ne change rien du tout et c'est 00.

Alors pendant un bon moment la classe a travaillé presque uniquement là-dessus. On se donnait une opération initiale du type

$$\begin{array}{r} 89 \\ +\ \underline{67} \\ 156 \end{array}$$

et on essayait d'en tirer quatre additions avec les programmes

01	**10**	**11**	**00**
87	69	67	89
69	87	89	67

Reprenons maintenant la création d'aujourd'hui.

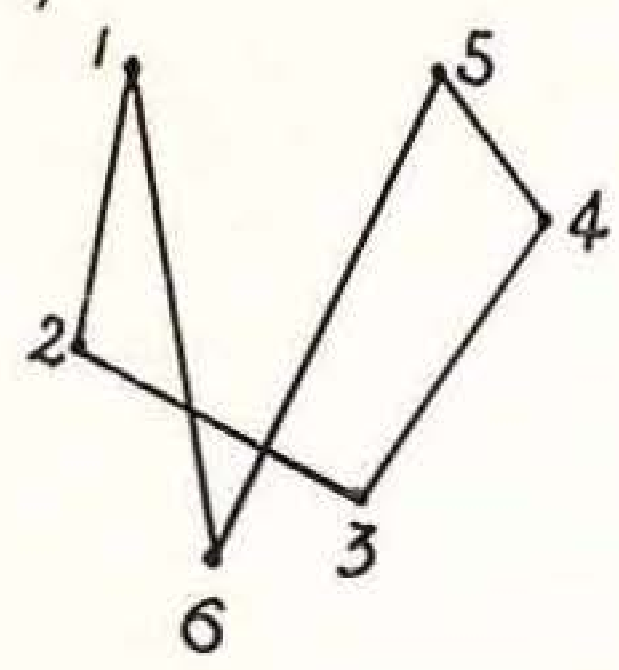
Pierrick a trouvé le moyen de réaliser une économie (c'est un souci constant de la classe qui sait que si « c'est économique, c'est mathématique »).

Au lieu de proposer une opération originelle sur laquelle on effectue les programmes 01 10 11 00 il donne d'entrée l'opération 00 (transformation identique). Ici il s'agit de 0000.

Dans cette création on voit le procédé utilisé par Pierrick. 0000 0001 0010 0100 1000 1111. Il permute successivement les chiffres des unités, puis des dizaines, puis des centaines, puis des mille, puis tous les chiffres.

8 NOVEMBRE

(A)



Voilà une création dont je n'ai pas su tirer parti. Je n'avais pas encore pensé à la notion d'ordre
$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7$
et bien entendu
$7 > 6 > 5 > 4 > 3 > 2 > 1$

Mais on doit pouvoir faire mieux : je sens mon incompétence et j'ai faim de topologie.

(B)

$1 \times 10 = 10$
$2 \times 10 = 20$
$3 \times 10 = 30$
$4 \times 10 = 40$
$5 \times 10 = 50$
$6 \times 10 = 60$
$7 \times 10 = 70$
$8 \times 10 = 80$
$9 \times 10 = 90$

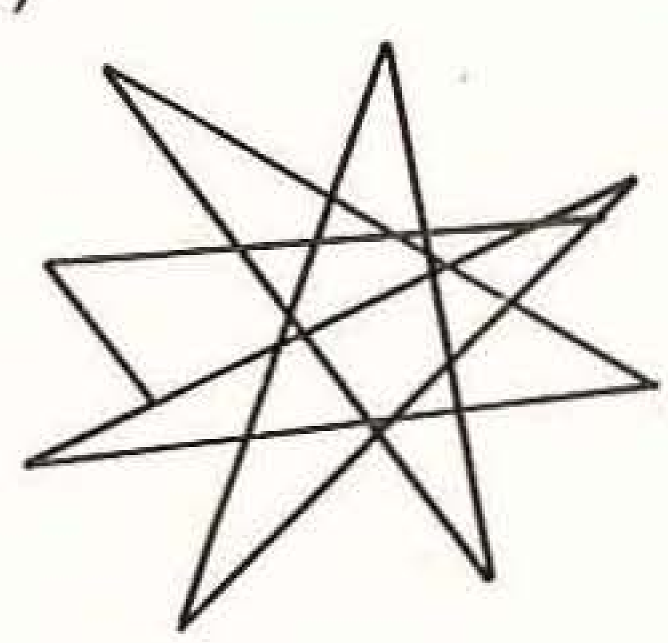
Ceci a sans doute pour origine une étude du travail des petits du CE1.
Ou bien Pierrick a été séduit par la façon curieuse de transformer les unités en dizaines.

(C)

$$\begin{array}{r} 6547839785 \\ \times\ 25 \\ \hline 32739193825 \\ 1309567570 \\ \hline 45834869525 \end{array}$$

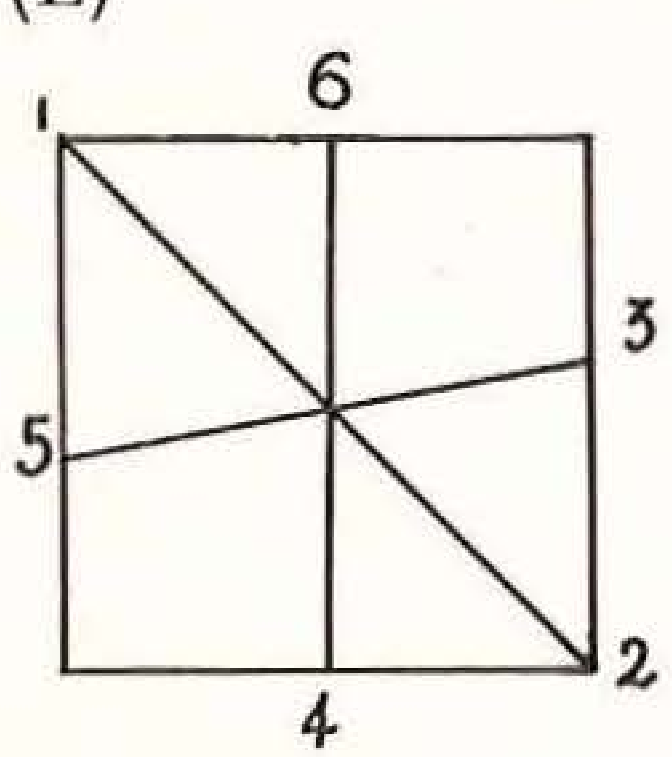
Pierrick s'intéresse maintenant aux multiplications. Dans la classe, il y a presque toujours quelqu'un qui cultive les opérations. Ici, la critique de l'opération a aidé Pierrick. De toute façon la pratique est assimilée. Le reste ne sera qu'une affaire de rodage.

(D)



C'est une reprise de la création de Joëlle exposée le 16-10. Mais Pierrick ne s'est pas contenté de l'étoile à 5 branches. Il a dû encore se dire :
« Et si on en met plus, qu'est-ce que ça donne ? »

(E)



Je ne vois pas trop ce qu'on aurait pu dire de ceci, ni ce qui a bien pu l'inspirer. Nous n'avons rien dit parce qu'il y avait ce jour-là, comme chaque jour, douze créations à examiner. Et chaque jour je dois choisir dans chaque page pour ne pas déborder sur les murs. Pierrick est très créateur, mais il a des compagnons dans cette aventure.

(F)

00000 00001 00010 00100 01000 10000

$$\begin{array}{r} 61524 \\ +\ 15442 \\ \hline 76966 \end{array}$$

11111 10001 11110

Pour aller plus vite, je n'ai donné ici que les programmes. On voit le procédé utilisé par Pierrick. C'est le même que pour les additions à 4 chiffres. Mais à la suite il a tout de même inscrit 10001 et 11110.

Ainsi, ce qui a tenté Pierrick dans cette affaire de programmes, c'est le nombre de chiffres des opérations. Mais plusieurs de ses camarades se sont intéressés à l'ordre des programmes.

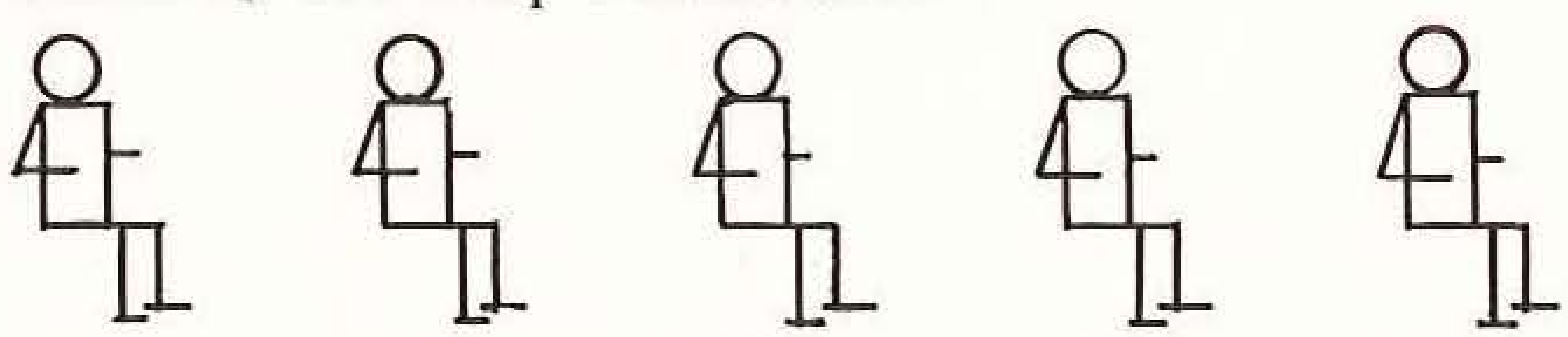
C'était Colette et Jean-Paul qui étaient, au départ, les plus acharnés à découvrir cet ordre.

Et la plupart des élèves du CE2 et quelques CE1 l'ont très bien assimilé. C'est : 000 - 001 - 010 - 011 - 100 - 101 - 110 - 111.

Il faut dire que nous avions un procédé très simple, le procédé oui-non. Nous l'avions vu sous plusieurs angles : *oui* pouce levé, *non* pouce baissé ; oui règle levée, oui crayon levé, etc.

Mais ce que nous avons préféré c'est assis-debout, assis étant le zéro et debout étant le 1 (le oui).

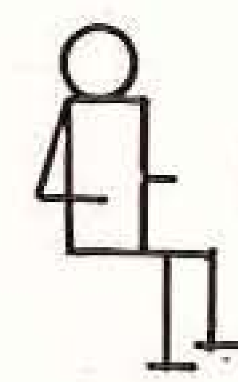
Voici la situation des cinq « trésoriers » :



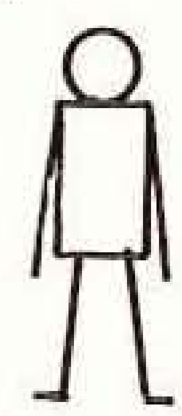
0	0	0	0	0
Eric	*Philippe*	*Prigent*	*Denis*	*Robin*

Si l'un d'eux se lève il passe à 1.

Si on a un seul rang (Robin) Robin peut être : soit assis, soit debout :



0 ou



1

Si Denis (2e rang) entre en jeu, on a plusieurs situations possibles (Debout : 1, Assis : 0).

Rien	*Robin*	*Denis*	*(Robin-Denis)*
00	01	10	11

Prigent rentre alors en jeu (c'est l'unité de 3e rang).

S'il est assis, on a :

000 001 010 011

S'il est debout, on a :

100 101 110 111

Mais si cette crise de « programmes » binaires a duré très peu chez Pierrick, la classe en est restée friande pendant très longtemps. Plusieurs enfants ont parfaitement compris l'écriture des programmes à 3 chiffres. Et Serge a failli réussir parfaitement les programmes à 4 chiffres. Il n'a fait que 2 erreurs qui sont apparues lorsque nous avons fait l'addition des programmes.

Car on fait aussi l'addition ! Lorsque Ghislaine avait émis cette idée, je m'étais dit : « Quelle idée folle, ça n'a rien à voir avec l'addition des nombres ». Mais cette année j'ai pour principe de ne refuser absolument rien. Qui sait si ce que je voudrais refuser ne nous aurait pas mené quelque part. Je me répète la formule qui me permet d'être si attentif quand je pense à me la redire : « Je ne sais pas. Je ne sais pas ce qui va arriver » (d'après Krishnamurti).

Et ici, j'ai accepté l'addition sur les programmes de Josiane (maintenant, j'ai acquis une liberté toute neuve, je n'ai plus besoin de me réfugier dans des cadres solidement éprouvés dans le passé, je puis affronter des situations neuves).

$$\begin{array}{r} 000 \\ 001 \\ 010 \\ 011 \\ 100 \\ 101 \\ 110 \\ +\ 111 \\ \hline 444 \end{array}$$

Ici on trouve 444. Pour Serge on aurait trouvé 7788. Il y avait donc un oubli (1100) ou deux (0100 et 1000) puisque avec quatre chiffres on obtient 8 « debout » pour chacun des trésoriers. (Si vous vous contentez de me lire, vous ne devez rien comprendre, si vous avez un crayon à la main — un crayon qui écrit — ça doit être clair).

Mais nous sommes allés plus loin en calculant les possibilités assis-debout.

Pour Robin seul	2 possibilités		0 et 1		
Pour Robin et Denis	4 possibilités	00	01	10	11
Pour Robin, Denis, Prigent	8 possibilités	000	001	010	011
		100	101	110	111

Ainsi quand on opère avec un garçon de plus, on a ce que l'on avait avant. Quand il n'est pas là, c'est peu différent de : quand-il-est-assis.

Exemple :	100	101	110	111	au lieu de
	0100	0101	0110	0111	

Ce n'est que lorsqu'il est debout que ça change.

1100 1101 1110 1111

Pour le garçon suivant il y a donc 2 fois plus de possibilités (1 fois pour le 0 et 1 fois pour le 1).

Pour Robin : 2. Pour 2 garçons 2×2. Pour 3 garçons $2 \times 2 \times 2$. Pour 4 garçons $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Et naturellement de là on est arrivé à 2^1 2^2 2^3 2^4

Et c'est un très beau résultat qui nous conduira un jour à la loi suivante :

pour 1 chiffre	2^1
pour 2 chiffres	2^2
pour 3 chiffres	2^3
pour 4 chiffres	2^4
pour n chiffres	2^n

●

SYSTEME BINAIRE

Mais quelle surprise quand je ne sais plus à quelle occasion j'ai introduit le système binaire.

Ah ! si, je m'en souviens. Un jour Pascal du CE1 avait écrit l'opération suivante

$$\begin{array}{rrr} & 11 & 7 \\ + & 3 & 10 \\ \hline & 14 & 17 \end{array}$$

Il a fallu reprendre une seconde fois l'explication que j'avais donnée le 14 oct. (voir à cette date) pour montrer que l'on n'a droit qu'à 1 chiffre dans chaque maison. On est donc revenu sur le système décimal. Et puis j'ai trouvé l'occasion trop belle, j'ai parlé également du système binaire (je n'ai pu me retenir, l'occasion était trop belle). Au lieu de pièces blanches de 1 c, de pièces jaunes de 10 c, bleues de 100 c (elles sont si brillantes qu'elles reflètent le ciel bleu) j'ai donné des petits carrés de mosaïque blancs, bleus et jaunes. Robin avait droit à 1 carré blanc. Si on lui en donnait 1 autre, Denis les prenait et allait à la banque (c'était moi le banquier) les changer contre un carré jaune. Si Denis avait 2 carrés jaunes, Prigent les prenait et allait les changer à la banque contre 1 carré bleu, etc. (Philippe, vert ; Eric, orange, etc.)

Quand l'un des enfants avait 2 carrés, Robin disait : « Ça coule ». Et quand il n'y en avait qu'un il disait : « Ça reste ». C'était amusant. Et cela correspondait au non = 0 et au oui = 1.

Mais regardez ce que donnent par exemple les nombres 0 - 1 - 2 - 3.

	Denis	*Robin*
0 →	0	0
1 →	0	1
2 →	1	0
3 →	1	1

Surprise ! Exclamations ! C'était la même chose que pour les assis-debout des programmes d'opération. Les enfants n'en revenaient pas de cette similitude. Moi non plus d'ailleurs, je ne pensais pas que le simple $\begin{array}{r}89\\+\ 67\end{array}$ $\begin{array}{r}87\\+\ 69\end{array}$ de Serge nous aurait mené si loin.

Parallèlement, nous progressions à l'atelier d'électricité que j'avais installé sur une idée de Delbasty. Et chaque trésorier avait sa pile et son ampoule. Et cette fois le 1 c'était : allumé et le 0 éteint. Et les enfants traduisaient les signaux lumineux en nombres.

Alors j'ai parlé des machines à calculer électroniques qui existaient au Centre des Télécommunications de Lannion et au radôme de Pleumeur-Bodou. Et qui fonctionnent suivant le même principe. Quelle passion d'écoute ! Quelle flamme d'entendre dans les regards.

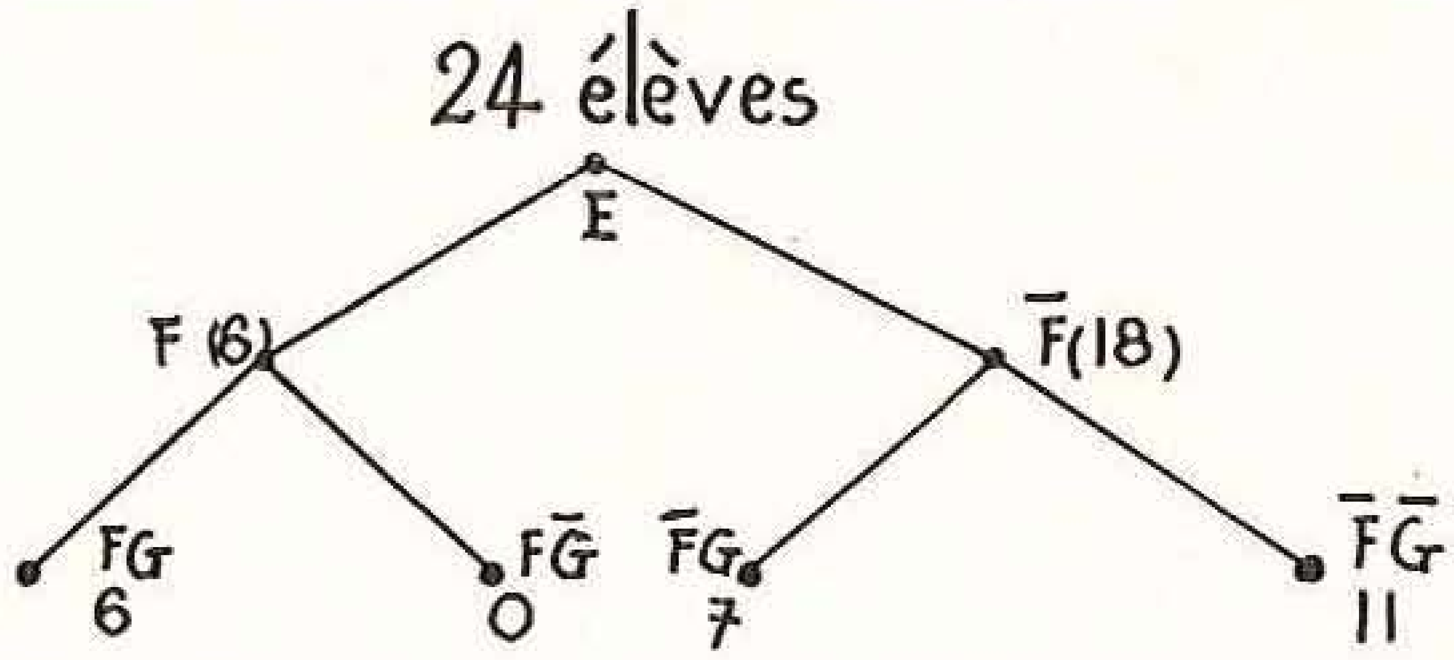
●

LA DICHOTOMIE

Mais ce n'est pas tout. Nous avions à ce moment-là achevé la dichotomie de notre classe que nous faisions avancer dans les périodes creuses. Et Jean-Paul s'est souvenu que oui-non, nous l'avions déjà employé quand nous faisions le tri des élèves.

Filles

Grands (CE1)



Ainsi nous avions $F = 6$ (oui-filles : 6) et $\overline{F} = 18$ (non-filles : 18) | (F barre signifie ensemble complémentaire de F) $F + \overline{F} = E$

et $FG = 6$ $\quad F\overline{G} = 0$ $\quad \overline{F}G = 7$ $\quad$ et $\overline{F}\overline{G} = 11$

Et	FG	$F\overline{G}$	$\overline{F}G$	$\overline{F}\overline{G}$	pouvaient s'écrire
	11	10	01	00	

Quelle stupéfaction de retrouver cela dans une 3e occasion.

En passant je signale que pour achever la dichotomie de la classe, c'est-à-dire pour isoler chacun des élèves, nous avions souffert.

Au début, cela allait bien car les critères de tris étaient efficaces : ils scindaient chaque groupe à diviser en deux parties à peu près égales (après le premier tri). Ainsi les 24 élèves étaient devenus 6 filles 18 garçons. Les 18 garçons avaient donné 11 petits et 7 grands.

Les 11 petits avaient donné 5 yeux bleus et 6 non yeux bleus
Les 7 grands » 4 yeux bleus 3 non yeux bleus
Les 6 filles » 3 yeux bleus 3 yeux non bleus.

Bref, cela avait marché.

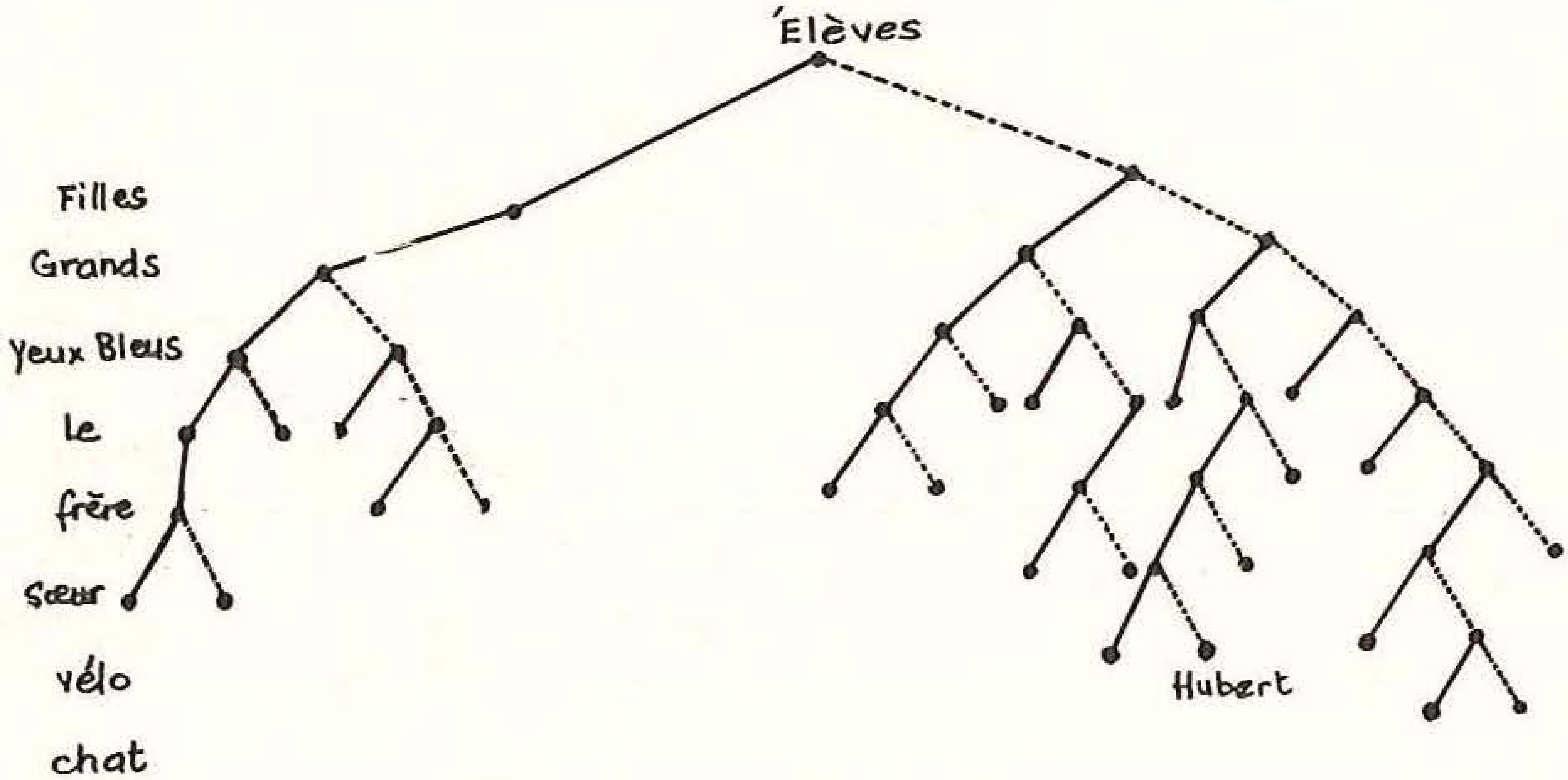
Mais, après, il fut difficile de trouver de bons critères transversaux, c'est-à-dire des critères qui soient efficaces sur toute l'étendue du front (Ainsi le critère robe bleue n'est pas intéressant parce qu'il ne s'attaque pas au groupe des garçons. Le critère « nom-avec-Le » est très satisfaisant pour nous Bretons parce qu'il y a à peu près la moitié de : Le Scolan, Le Merrer, Le Vot, Le Bivic, Le Calvez, Le Meur, etc.).

Nous avons bien avancé notre dichotomie en pensant à ceux qui avaient des frères, des sœurs célibataires. Mais plus nous avancions, plus cela devenait difficile. En effet Pascal et Stéphane d'une part, Yvon et Hervé d'autre part restaient inséparables. Nous avons tout essayé : la couleur des voitures, le métier du père, la proximité de la mer, etc. Nous n'avons réussi à séparer Pascal et Stéphane que lorsque nous avons cherché : « ceux qui viennent en vélo à l'école ». Mais Yvon et Hervé résistaient même à ce critère parce qu'ils venaient à pied à l'école. Nous avons essayé : les lapins, les chiens... Heureusement, l'un avait un chat et l'autre pas.

Alors chacun a pu se programmer en se disant oui = 1, non = 0. Nous avons dit aussi : oui = o, non = n.

Quels rires ! En effet une convention s'est vite établie par laquelle deux oo successifs se prononçaient *ou* comme dans f*oo*t. Et lorsqu'on avait 2 n cela donnait m. Alors Josiane, c'était : nono et Ginette : oum et Michel : nonoum. Quels rires ! Quels esclaffements ! Quelles clameurs !

Pour ramener le calme reproduisons l'arbre dichotomique de notre classe :



Pour voir vraiment un arbre, il faudrait le regarder à l'envers. (On a figuré par des traits le *oui* et par des pointillés le *non*) (1). Ainsi pour arriver à Hubert on pourrait dire : — — .... — .... —

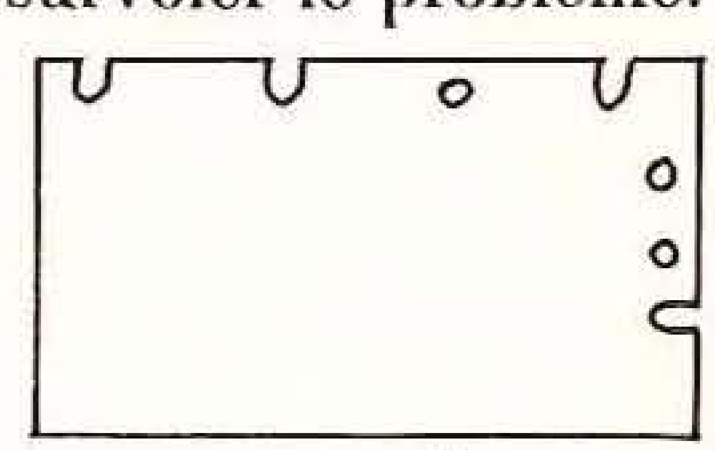
ou encore : 0 0 1 0 1 1 0

ou encore : n n o n o o n

ce qui se prononce monoun

Nota : Si l'on programme à l'aide de chiffres, il vaut mieux programmer de droite à gauche en se préoccupant d'abord des unités, des dizaines, etc. Nous aurions examiné la question si nous n'avions pas fait autre chose que de survoler le problème.

Il faudrait peut-être que je dise un petit mot des cartes perforées que nous avons réalisées sur une idée de Simone Pellissier.



Voici celle de Hubert : n.n.o.n.o.o.n.

(1) *On pourrait aussi représenter le « oui » par le vert et le « non » par le rouge.*

Les enfants ont constamment à leur disposition le paquet des fiches de la classe et ils s'amusent à se retrouver ou à retrouver leurs camarades en introduisant dans les trous une allumette.

Je leur ai donné également un jeu de 32 cartes à jouer perforées qui séduit par sa perfection.

Et cette étude de la dichotomie à partir de notre classe est précieuse parce qu'on la retrouve souvent dans la vie qui utilise souvent le procédé oui-non.

Nous nous en servons également pour étudier les cheminements à partir de l'école en posant : oui à droite, non à gauche. Cela nous mène loin : jusqu'à chaque maison. A noter également que la discussion pour la recherche de critères *nets* et efficaces est aussi très enrichissante.

9 NOVEMBRE

$7 + 7 - 3 - 3 + 3 = 11$

Pierrick reprend là un thème familier aux deux cours.

Voici, par exemple de Ginette : $10 + 20 - 10 + 20 + 10 - 20 = 30$

Et nous avons revu ce que nous appelons les paquets de zéro $(10 - 10)$ $(20 - 20)$
Et cela nous a permis de revoir les neutres que nous avions déjà vus dans la « cuisine » de Joëlle : $7 \times 1 = 7$ $\quad 7 : 1 = 7$

Et aussi dans les égalités suivantes dont les petits sont si friands :
$100 + 0 = 100$ $\quad 100 - 0 = 100$

Le neutre pour l'addition c'est 0 : $10 + 20 - 20 = 10 + (20 - 20) = 10 + 0 = 10$; $+ 20$ et $- 20$ se neutralisent, comme lorsque deux enfants de même poids me tirent chacun par un bras : je reste en équilibre sur un pied en sifflant la Paimpolaise.

A propos de cette égalité de Pierrick, nous avons revu également l'associativité et la commutativité de l'addition algébrique. Nous opérons dans l'ensemble des nombres relatifs — ensemble des nombres Z. Nous y avons été conduits directement car la somme était souvent un nombre négatif.

Les enfants aiment beaucoup se donner des polynômes arithmétiques de ce genre.

$7 + 5 + 8 + 1 - 6 - 7 = (7 - 7) + (5 + 1 - 6) + 8 = 8$

13 NOVEMBRE

(A)

E	1	2	3	4	5
x	1		3		5
$\bar{x}$		2		4	

Voici quelque chose qui prend très loin sa source puisque Patrick dès le départ de l'année scolaire avait écrit 1 3 5
(Voir le 11-10 de ce dossier) 2 4 6

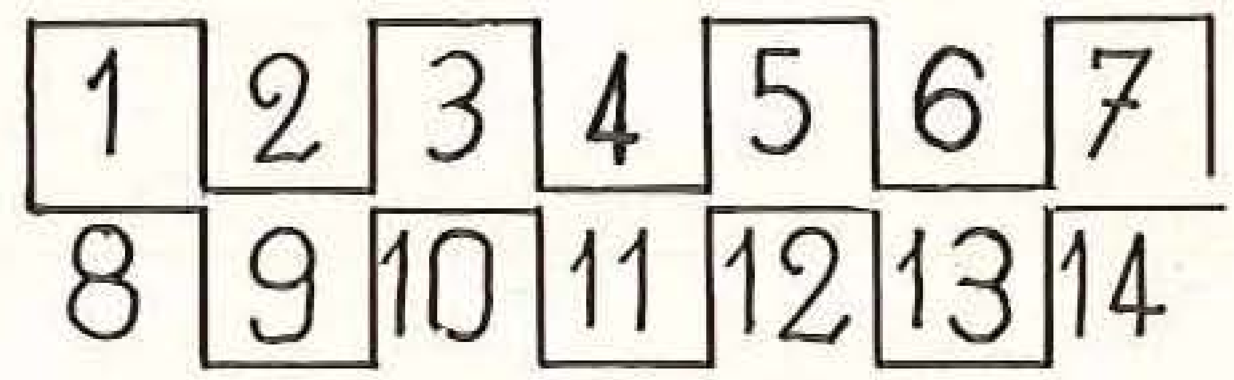
Puis un autre jour, nous avions eu de Patrick : J'avais reproduit cette création sur un carton. Je l'avais coupée en deux suivant le trait. J'avais évidé les blancs.

1 3 5 7
9 11 13

---

2 4 6
8 10 12 14

Et en posant la première moitié sur la deuxième on voyait nettement. Quelle surprise. N'était-ce pas de la magie ? Mais non, nous étions une fois de plus dans les sous-ensembles complémentaires dont la référence pour la classe est E des Filles + E des Garçons = E des Elèves : $F \cup G = E$ ou $F \cup \overline{F} = E$



Et puis le 6 novembre, voilà ce que j'avais trouvé sur le carnet de Jean-Paul.

1	2	3	4	5	6	7	8
	2		4		6		8
1		3		5		7	

(N'est-ce pas, au zéro près, l'amorce de la première carte de Karnaught). J'avais dit aux enfants :

« Vous voyez : Jean-Paul se donne un ensemble des 8 premiers nombres. Et il fait 2 sous-ensembles. Voulez-vous leur donner un nom ? »

Denis : « Le premier c'est x.

— Et l'autre ?

Eric : — C'est facile c'est $\overline{x}$ (x barre) ».

On a alors $x \cup \overline{x} = E$

Je sais qu'il y a une convention : les ensembles se désignent par une lettre majuscule. Mais pour la lisibilité j'ai gardé x. Nous n'en sommes point encore au temps des conventions rigoureuses. (D'ailleurs les lettres des cartes de Karnaught sont en minuscules). Le 8-11 Denis s'intéresse à l'idée de Jean-Paul.

Et il écrit 1 2 3 4
0 4 5 6
0 1 4 2 5 3 6 4

Vous l'avouerai-je ? Cela m'a choqué. Mais puisque j'ai décidé d'accepter tout ce qui se présente, il faut bien que je me fasse aussi à cette bizarrerie. « Je ne sais pas ce qui va se produire ». C'est dur, c'est très dur d'être instituteur et d'avoir affaire à des enfants : il faut sortir de ses routines, de ses cadres si bien établis !

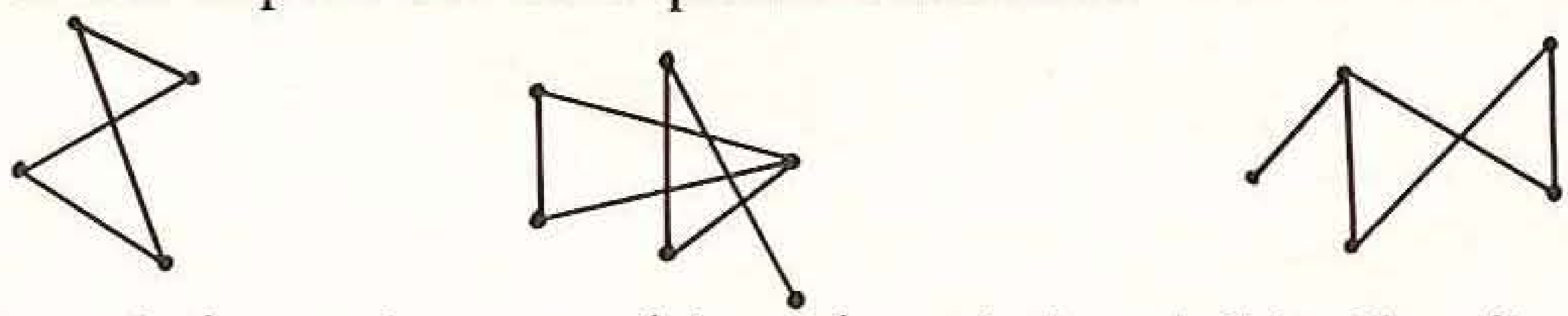
Je dis : — Cette fois Denis a mis l'ensemble au-dessous. C'est l'ensemble $\{0, 1, 4, 2, 5, 3, 6, 4\}$ Et j'ajoute entre mes dents : Pourquoi pas, après tout.

Oh ! elle m'en fait voir cette jeunesse. Elle me fait du bien.

Et puis plus rien à ce sujet le 9-11.

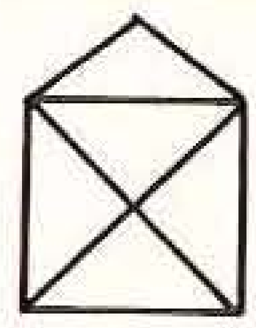
Mais ce 13-11. Pierrick relève l'idée qui était tombée. Il y a une séparation des pairs et des impairs sur les 5 premiers nombres.

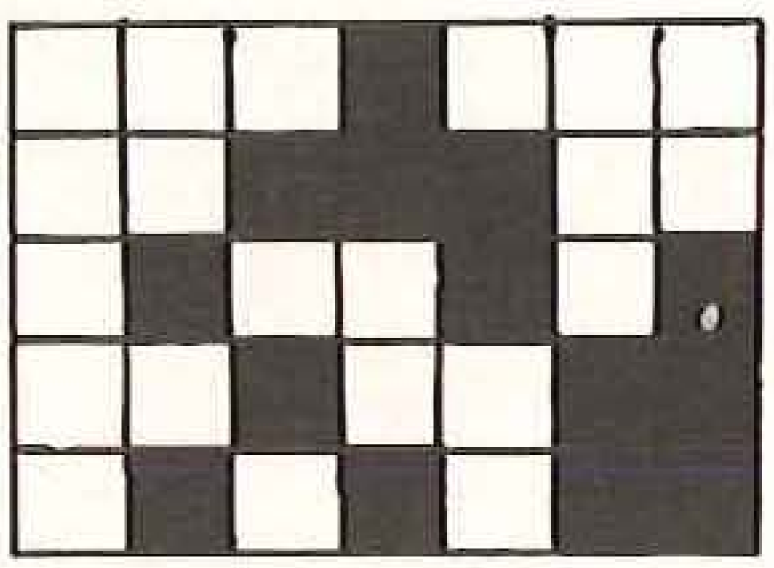
(B)



Cette création curieuse, en dehors des créations habituelles s'inscrit peut-être dans la ligne des recherches du moment sur la réalisation du dessin d'une enveloppe sans lever le crayon. Idée qui était commune à Serge et aux élèves de Michel Pellissier.

(C)

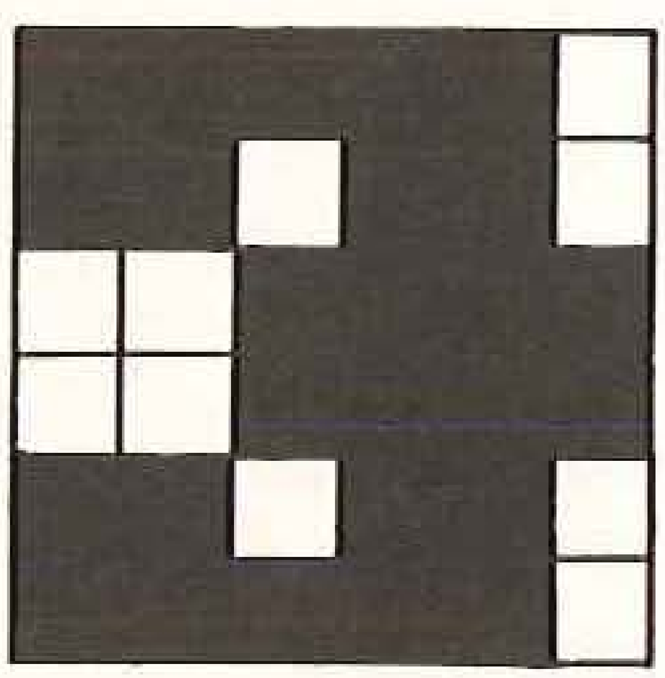




Pierrick reprend ici son invention originale du 4 novembre. Cette fois, il ne la tenait de personne, elle était bien à lui. Il semble qu'il veuille la développer. Mais, au lieu de rechercher la parfaite régularité, il dispose ses carrés noirs au hasard. Que faire en face de cela ? Il faut dire que, la veille, Hubert du CE1 avait réalisé quelque chose de plaisant qui avait introduit une activité nouvelle.

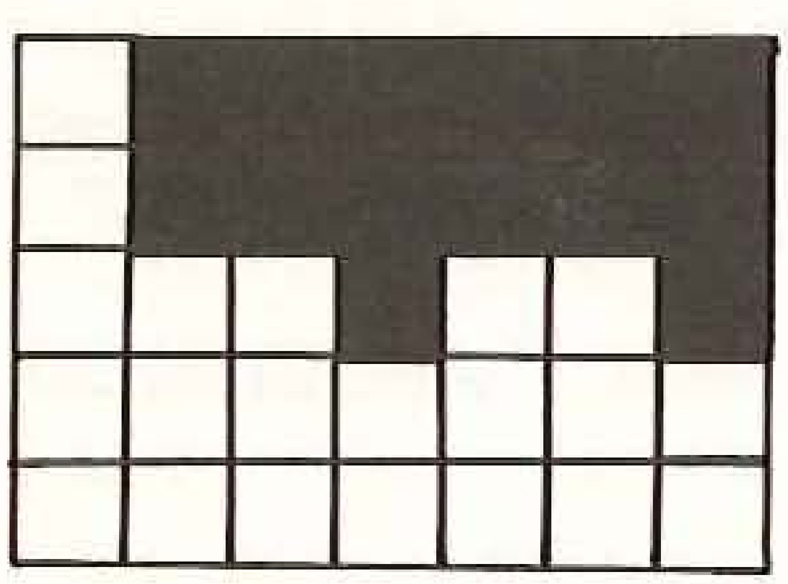
Voici la création de Hubert.

On voit tout de suite qu'on peut remplacer les deux noirs de droite par les deux blancs solitaires. Alors, pour calculer le nombre de carrés noirs on dit 5×6 au lieu de 6×6 et on enlève 4.



Cette manipulation, ce glissement des carrés blancs pour obtenir une figure plus régulière a captivé les enfants. Pierrick a même sorti la boîte de carrés de mosaïques pour reproduire en deux couleurs et réellement la construction dessinée de Hubert. Mais nous aurions pu sans doute nous en passer car il me semble que les enfants ont une bonne expérience de ce glissement des choses (couverts sur la table, légo, damier, etc.).

Et maintenant revenons à la création de Pierrick. Quel procédé pourrions-nous employer pour essayer d'ordonner cette perturbation. Nous avons cherché plusieurs façons. Et nous nous sommes arrêtés à la solution suivante : On remonte tout vers le nord. Et l'on place les deux carrés noirs qui dépassent dans les deux trous de l'extrémité gauche (ouest). Et, ainsi, on a $7 \times 2 = 14$ noirs et $7 \times 3 = 21$ blancs ou $(7 \times 5) - (7 \times 2) = 7 \times 3$.

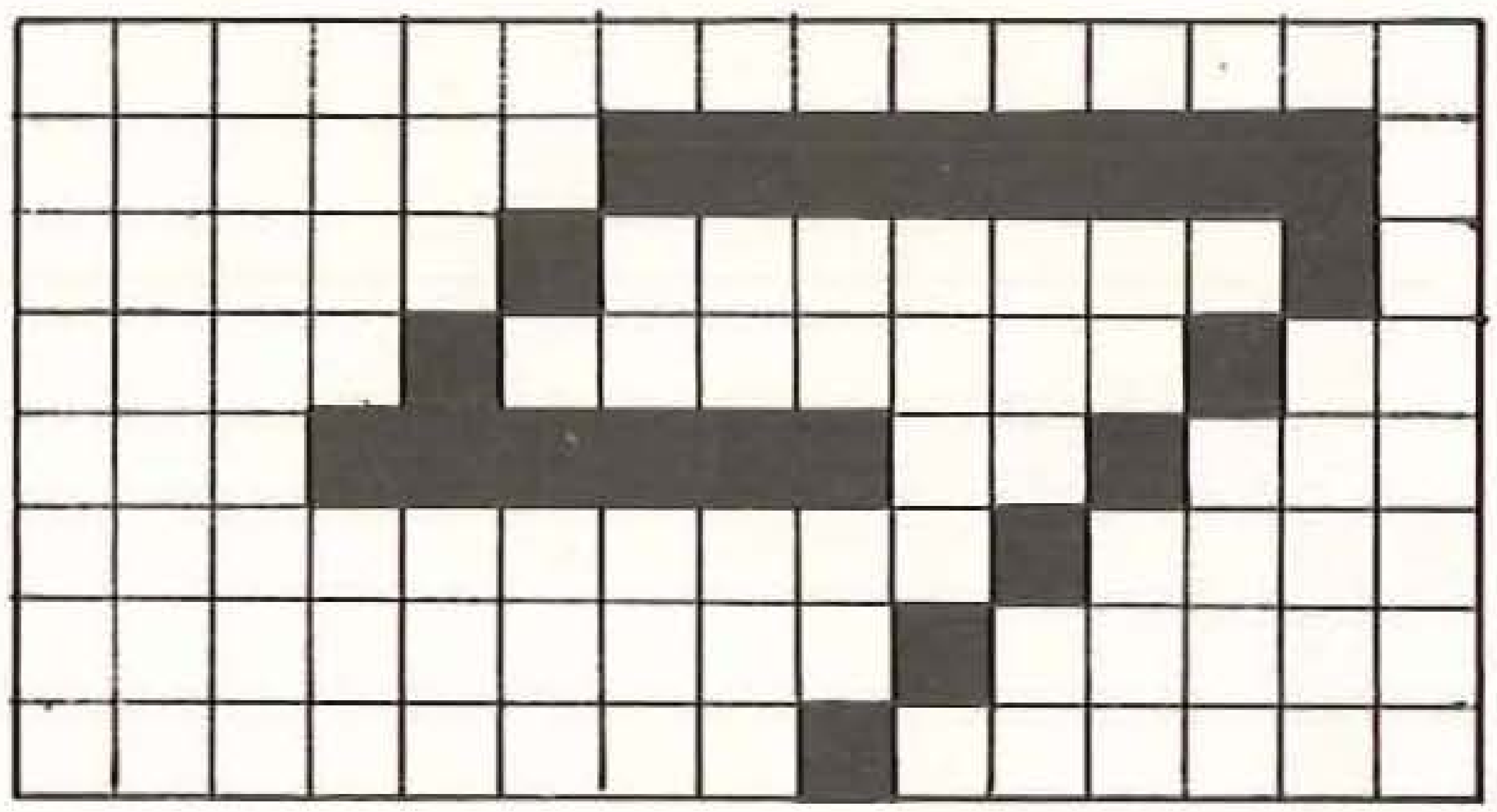


Je vous avoue que j'étais perplexe : je ne savais pas où nous pouvions aller. Mais dans ce cas-là ce sont toujours les enfants qui désembourbent le char. Ils ont une fraîcheur de vision, une jeunesse d'esprit qui font merveille. Je n'ai plus qu'à les suivre. Et à étoffer leur découverte d'un peu de mon expérience. Ici, nous nous acheminons tranquillement vers le calcul des aires avec, en passant, un nième retour au « tiercé »

Noirs + Blancs = Tout
T — N = B
T — B = N

15 NOVEMBRE

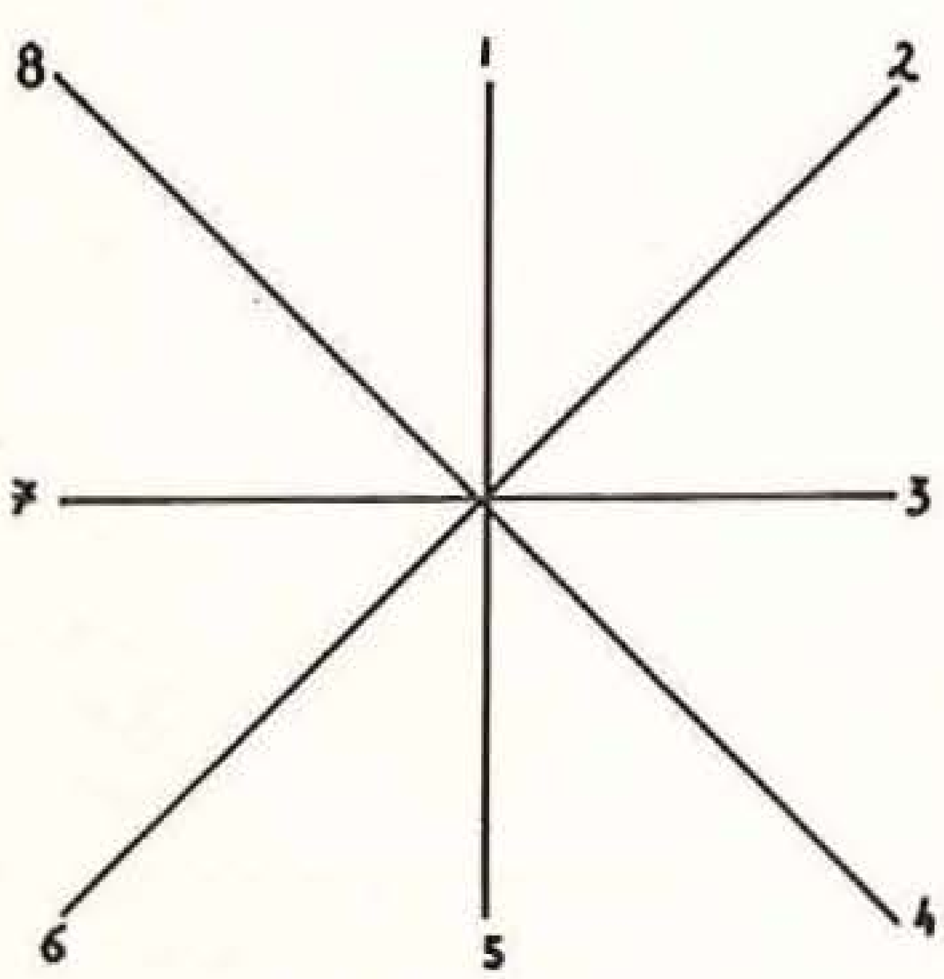
(A)



Manifestement cette activité nouvelle convient parfaitement à Pierrick. Ici la solution qui a été adoptée était très élégante. En effet, les cinq carrés noirs en escalier ont été remontés jusqu'à la grande barre du haut. Il restait un vide de 2 carrés. Nous y avons placé les 2 carrés noirs en escalier. Ainsi, nous avions 1 rectangle noir de 8 sur 2 et 1 rectangle de $6 \times 1 = 22$ à retirer du total $15 \times 8 = 120$.

Soit $(15 \times 8) - \left[(8 \times 2) + (6 \times 1)\right] = 98$

(B)

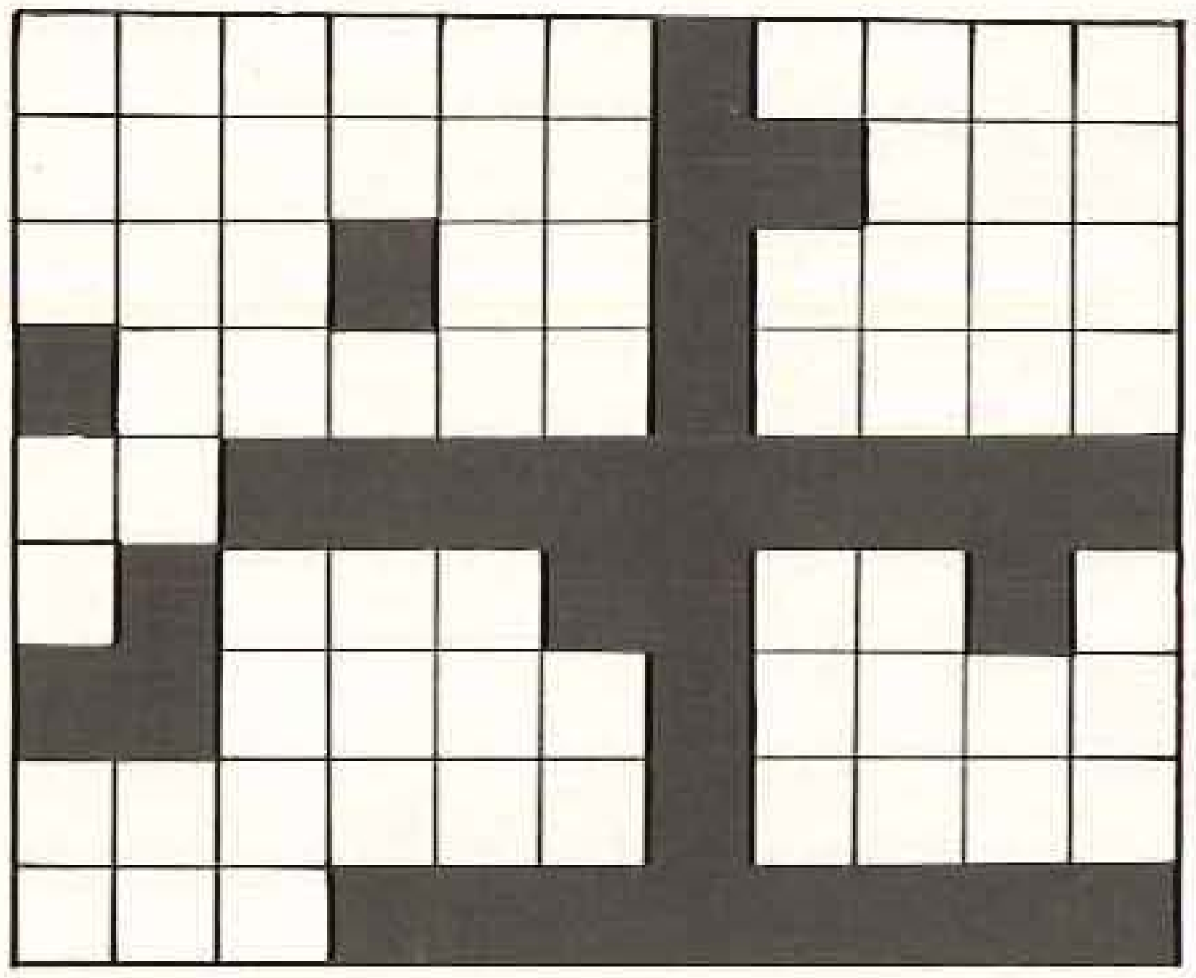


Cette création qui mêle le + et le × est naturelle aux enfants. Il serait peut-être intéressant de savoir pourquoi. Et puisqu'elle est si spontanée, le maître devrait être informé de tout ce qu'elle peut introduire. Au fond, si je rédige ce cahier, c'est bien pour cela : pour découvrir quel est le programme naturel et, à partir de cette découverte, préparer les maîtres à aider les enfants au maximum.

Mais ici Pierrick conjugue deux activités mathématiques différentes puisqu'il introduit aussi les nombres. Et ce sont de tels rapprochements qui ouvrent très grand l'espace de recherche et de réflexion. Il se peut que cela soit totalement nouveau, ou que cela rejoigne un domaine déjà bien exploré. Une chose est certaine, le maître ne voit pas ce qu'on en pourrait faire, à part les classes d'équivalences déjà traitées le 25 octobre.

Ah ! si, il y a quelque chose de nouveau : cette fois le 1 démarre sur la médiane. Et les nombres impairs sont tous sur le + et les pairs sur le × : encore des sous-ensembles complémentaires. (Et puis il y a aussi les angles de 45°, les bissectrices, les triangles isocèles, rectangles, la droite y = x et la droite y = — x, etc. C'est vrai, le maître aurait pu suivre ses enfants s'ils avaient vu des choses).

18 NOVEMBRE



(A)

J'avais l'intention d'écrire : Pierrick aime le calcul des aires. Mais je me demande s'il ne convient pas, plutôt, d'écrire : « Pierrick aime ombrer les cases blanches ».

Voilà qui pourrait être très important, sinon capital. En effet, Pierrick a touché un peu à tout jusqu'ici, suivant ce qui apparaissait dans la classe. On ne peut pas dire qu'il se soit plus particulièrement appliqué à suivre une piste plutôt qu'une autre. Il était à l'écoute des autres, il était très réceptif. Il tournait autour du gâteau des mathématiques et se contentait de le grignoter.

Mais cela fait 5 fois (depuis le 4 novembre) que Pierrick produit des dessins de ce genre. Est-ce que ça ne correspondrait pas à une tendance profonde ? Il me semble, en effet, que l'inconscient de Pierrick se réjouit de noircir, c'est-à-dire de pouvoir salir. Oh ! je ne jurerais pas qu'il en est ainsi. Et je n'engagerais pas deux sous sur mon hypothèse. Mais en passant, je veux souligner que, puisqu'il s'agit de travailler sur la création des enfants, il serait peut-être bon de savoir quelles sont les origines de cette création. Oui, on me dit : l'enfant peut aussi se réaliser par la mathématique. Mais se réaliser, c'est quoi ?

Je vais vous donner ma petite idée là-dessus.

Pierrick est l'aîné de quatre enfants. Et, en outre, son père a une autorité très affirmée (trop). Et cela donne à l'enfant suffisamment de motifs pour qu'il essaie de se venger, par le noircissement, de tout ce qui constitue le négatif de sa vie. Et si c'est cela qui lui convient, c'est cela qu'il doit utiliser. Et si c'est cela qui lui plaît, c'est cela qu'il faut accepter. Pas plus dans le domaine mathématique que dans les autres domaines il ne saurait y avoir de routes privilégiées. Il y a seulement des routes que l'on prend et qui peuvent mener loin celui qui pourra les suivre jusqu'au bout ; s'il n'en est empêché. Il y a pour chacun une route (ou quelques-unes) qui correspond à la qualité de son esprit, à son passé, une route qui est dans le prolongement de ses angoisses, de toute son enfance primitive.

— Mais est-ce que ce n'est pas grave de laisser ainsi l'enfant s'enfermer dans une route qui peut très bien ne le mener nulle part ?

— Oui, c'est vrai, ce serait grave si l'enfant était emprisonné dans une impasse. Mais heureusement tout est contingent. Et, de tout départ on peut faire une culture. Car les trajectoires s'infléchissent suivant l'humeur du moment, suivant les apports de la vie, les apports des camarades, leurs propres pistes de recherche qui peuvent opérer des captations si elles sont fortes ou qui peuvent être captées (ce qui provoque des éclatements). Il y a aussi les commentaires du maître, les prolongements qu'il peut donner aux créations (Personnellement, je réduis mes interventions au strict minimum. Car, *maintenant*, je sais que c'est en laissant les enfants libres de leurs mouvements qu'ils vont le plus loin. Et le plus sûrement parce qu'ils ne sont pas détournés de leurs sentiers. Et ce sont leurs sentiers qui leur conviennent le mieux).

Il peut y avoir aussi les livres, les recherches des correspondants, les émissions de télévision (mais oui « Chantiers Mathématiques » ! Certains enfants les regardent parfois). Vous le voyez, est-ce que l'on peut vraiment accepter de croire que l'enfant puisse être condamné à rester toujours enfermé dans le même boyau étroit !

Oui, il y restera, tant qu'il en aura besoin, aussi longtemps qu'il le faudra, qu'il y trouvera aliment pour son esprit ou pour son plaisir. Et puis, il en sortira par un biais tellement imprévisible qu'il est absolument impossible de le prévoir. Et c'est comme ça qu'il découvrira ses voies personnelles de sublimation qui lui permettront de mettre au positif tout ce qu'il y avait de négatif en lui.

(B)

E

x	1		2		5	
$\bar{x}$		3		4		6

Bien qu'il soit attiré par le noircissement, cela n'empêche pas Pierrick de travailler d'autres idées. Ici il reprend sa création du 13 novembre mais il la perturbe volontairement sans doute pour reprendre la trace de Denis qui avait écrit un jour :

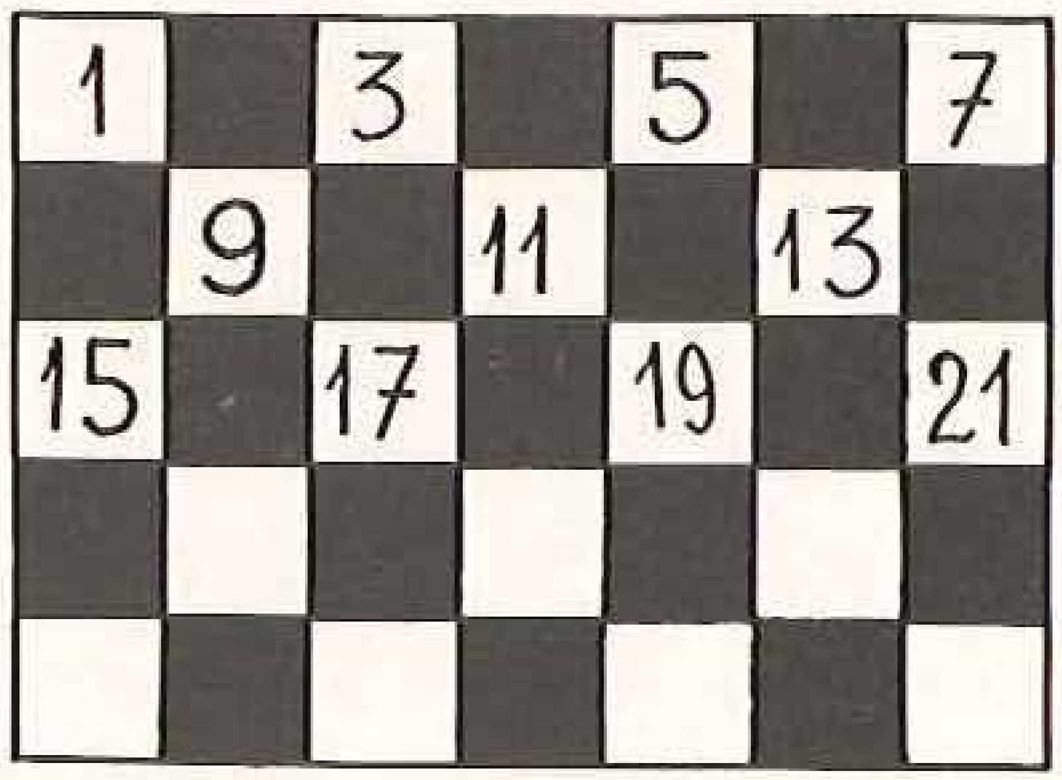
	1		2		3		4
0		4		5		6	
0	1	4	2	5	3	6	4

ce qui m'avait si fort choqué. Et qui sait : c'est peut-être le : « Et pourquoi pas, après tout ? » que j'avais prononcé à cette occasion qui est resté dans l'oreille de Pierrick. Vous le voyez, il y a les créations de la classe. Nous étudions chaque jour les créations de l'un, les créations de l'autre. La classe existe comme une personne. Et elle se maintient aussi sur certains thèmes. C'est même curieux de voir comment, par moments, elle se concentre sur une seule idée. Et puis soudain, elle s'égaille, puis se concentre à nouveau mais cette fois, par petits groupes sur 4 ou 5 idées. Il y a tout un cheminement complexe d'allers et retours, de *feed-back*, toute une dialectique vivante à l'intérieur du groupe qui fait d'ailleurs la passionnante vérité de cette façon de travailler.

Ici, Pierrick a repris la création de Patrick mais aussi celle de Denis qui avait introduit une liberté supplémentaire. Il semble que ce soit cette liberté qui ait séduit l'enfant. Cependant, il ne s'est pas aperçu qu'on pouvait ne pas sauter obligatoirement une case. Pris entre deux exigences de liberté et d'alternativité il a également commis des erreurs puisque le 2 est sous le 3 et le 3 sous le 2.

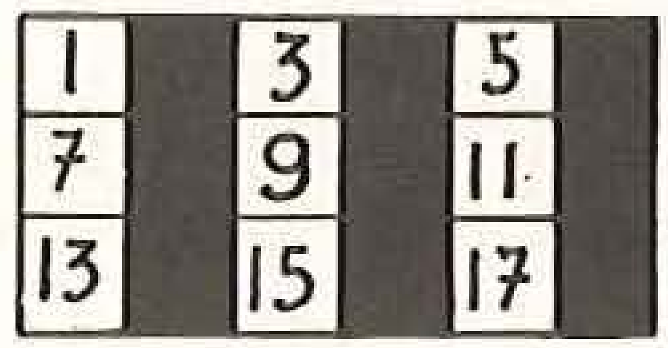
19 NOVEMBRE

(A)



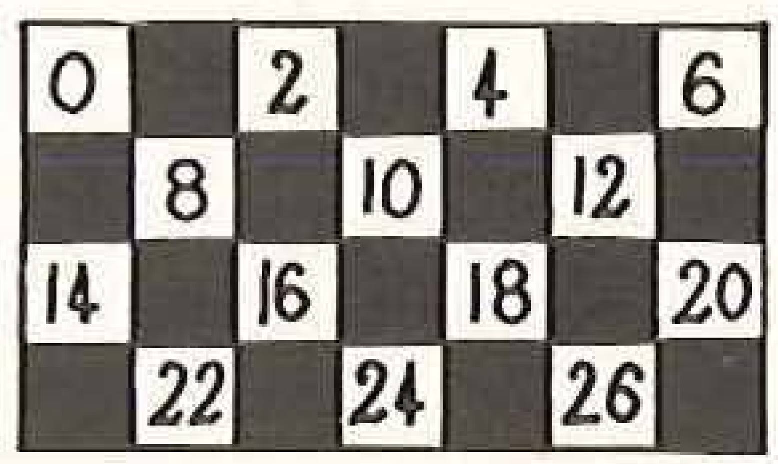
Pierrick reprend ici une création qu'il avait entreprise le 30 octobre. Mais cette fois, il la mène presque à bien.

Cet effacement des nombres pairs est très intéressant car il mène à la structure de damier. Mais certains enfants se mettent un jour à opérer sur des quadrillages à nombres pairs de cases dans les rangées horizontales. Et ils sont tout surpris de découvrir qu'on n'obtient pas toujours un damier. Par exemple « à six » on obtient des bandes.



Comment expliquer cette anomalie ? C'est très facile lorsqu'on possède, comme nous, la notion de couple. Lorsque le nombre de cases par ligne est pair, les couples blanc-noir sont tous complets. Mais dans le cas du quadrillage à 7, le quatrième blanc se trouve séparé de son noir qui se trouve ainsi reporté à la ligne suivante. Et il provoque dans toute la ligne un décalage d'un carré qui caractérise la structure de damier.

Cette découverte des deux possibilités de structures de bandes et de damier a étonné les enfants. Ils s'en sont remis difficilement. Mais ceux qui avaient tout de même réussi à assimiler la loi du damier ont reçu une nouvelle secousse quand Denis leur a présenté la figure suivante :



Quoi ! on avait un nombre pair de carrés et on avait tout de même une structure de damier. Quel démenti !

J'ai laissé chercher les enfants. Et puis l'un d'eux a trouvé : « Mais si, on a un nombre impair de carrés. C'est parce qu'on est parti de 0. Il y a les 6 carrés (1, 2, 3, 4, 5, 6) plus le carré du zéro. Et ça fait 7. Et 7 c'est impair ».

Alors j'ai aidé à préciser : « Habituellement, lorsqu'on compte des carrés on commence à 1. Mais ce que Denis a fait est différent. Il ne compte pas les carrés, lui. Non, ce qu'il fait, c'est d'abord un quadrillage. Et dans ce quadrillage il inscrit des nombres. Il en a naturellement le droit ».

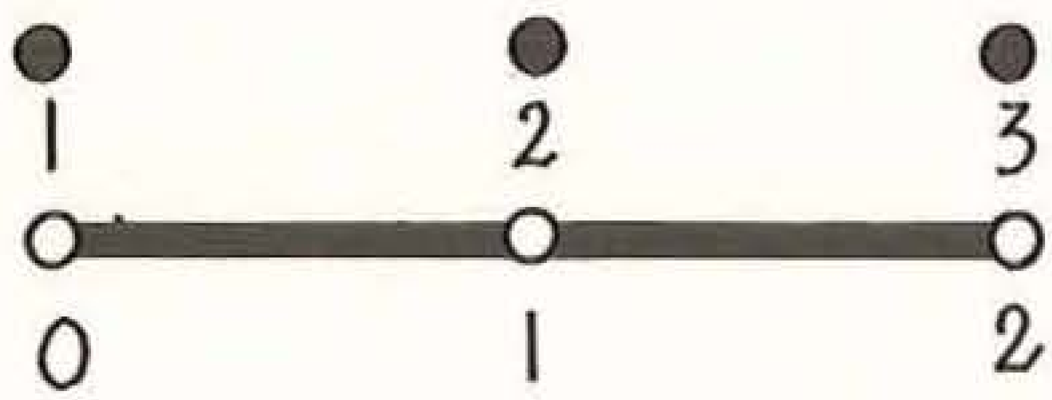
Alors c'est l'accès à une nouvelle liberté dont Pierrick et ses camarades sauront user largement.

En fait le problème dont il vient d'être fait mention s'était déjà présenté lorsque nous avions procédé à la répartition des tables dans la classe.

Pour aller jusqu'à Stéphane à partir de Joëlle il faut compter 3.

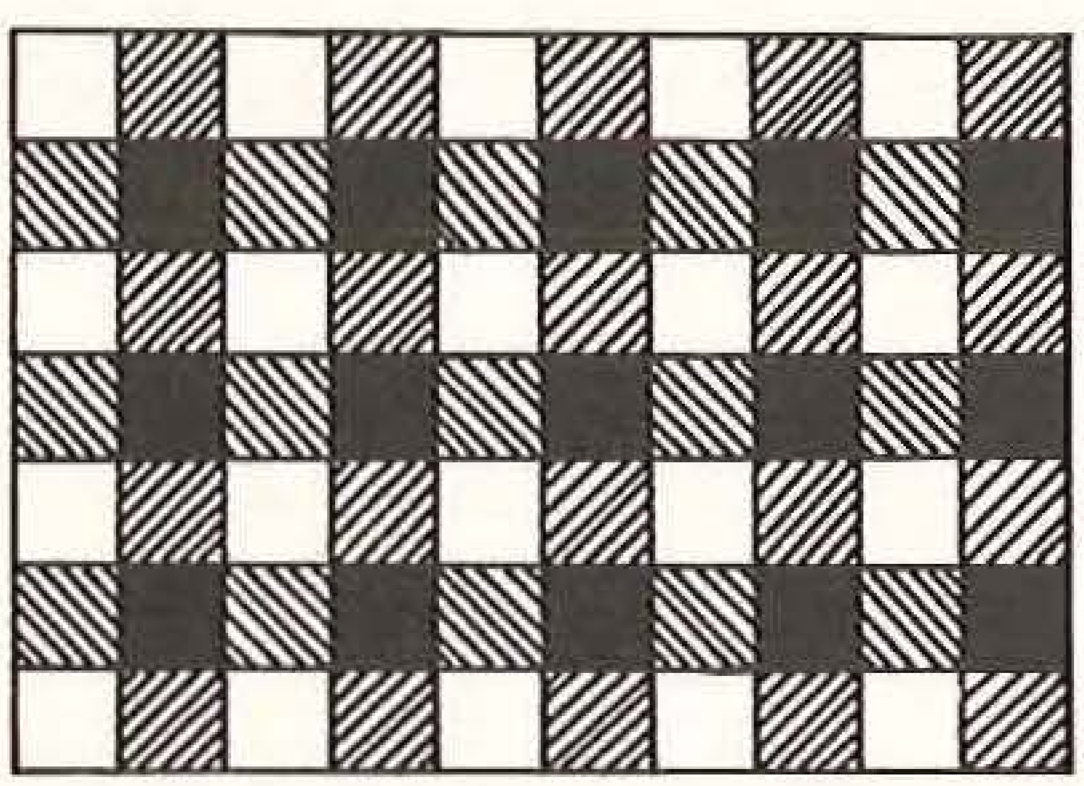
— Non, avait dit Hervé, c'est 2 : 1 pour aller à Philippe, 1 pour aller à Stéphane : ça fait 2.

Alors, après une bonne discussion, on s'était rendu compte que si l'on compte les tables on dit 1 pour Joëlle. Mais si l'on compte les espaces (ou les pas) on dit 0 pour Joëlle.



Mais, par la suite, les enfants se donneront encore une liberté supplémentaire en commençant des suites de nombre par n'importe quel nombre.

(B)



Voici quelque chose de très intéressant qui nous a permis d'aborder un problème que je ne soupçonnais pas, ou, du moins, que je ne pensais pas pouvoir aborder si vite, et à ce niveau. Il faut dire que la veille, j'avais vu une émission de Chantiers Mathématiques. Elle m'avait permis de bien m'imprégner d'une idée que je n'avais fait qu'effleurer jusque-là. Mais ce n'était pas encore une connaissance puisque je ne l'avais pas encore agie. Ce n'était encore qu'une information. Je pense que les informations créent un champ de recherche dans lequel on pourra trouver des lois. Si vous voulez elles orientent le champ, elles créent une direction. Jamais je ne l'ai si bien vérifié qu'à cette occasion. En effet, le fait d'avoir retrouvé mon information, véritablement, dès le lendemain, dans ma classe, a beaucoup contribué à sa fixation en moi. Il faudrait peut-être longuement s'arrêter sur ce point. Car nous pouvons, à ce propos, mieux réfléchir au problème du recyclage des maîtres. L'information du maître ne suffira jamais, il faudra qu'il agisse. Et comme ce qu'il veut acquérir c'est une meilleure pratique pédagogique de l'enseignement des mathématiques, il lui faudra nécessairement partir de son expérience personnelle, une expérience qui devrait être à la fois pédagogique et mathématique. Cela change beaucoup les choses. Il ne s'agira plus de bachoter le maître et de le doter d'une culture qu'il assénera de son haut à ses pauvres élèves, mais de lui permettre de se cultiver à même sa pratique en abandonnant la prétention de toujours tout savoir et dominer par avance. C'est en mathématisant dans sa classe qu'il deviendra pédagogue de la mathématique.

Mais revenons à cette création. Les enfants ont tout de suite sauté sur la notion d'ensembles complémentaires.

E (L'ensemble des carrés) avait pour cardinal $10 \times 7 = 70$.

Le sous-ensemble des carrés blancs avant pour cardinal $5 \times 4 = 20$.

Donc le nombre de carrés noirs c'était $70 - 20 = 50$. Je dis alors :

« Oh ! vous êtes malins. C'est vous qui avez raison puisque vous avez trouvé la solution qui est la plus économique, donc la plus mathématique. Mais si vous aviez voulu compter les noirs, comment auriez-vous fait ?

— Eh ! bien, on aurait dit $5 + 10 + 5 + 10 + 5 + 10 + 5$.

Ou bien $(10 \times 3) + (5 \times 4) = 50$.

— Bon, regardez comment je fais. Je mets ensemble les carrés qui sont dans les lignes horizontales et ensemble les carrés qui sont dans les colonnes verticales et j'unis les deux ensembles. »

J'écris :

{Ensemble des carrés dans les lignes horizontales} $\cup$ {Ens. des carrés dans les colonnes verticales}

Exclamations !

« C'est trop long. Il faut trouver des symboles.

— Que proposez-vous ?

— H et V.

— Bon, on écrit $H \cup V$. Voyons maintenant les cardinaux. On écrit $30 + 35$.

— Mais ça fait 65. Cela ne fait pas 50.

— Alors, c'est que vous vous êtes trompés. Moi j'ai bien compté 30 dans le sens horizontal et 35 dans le sens vertical (J'aime ainsi mettre les enfants au défi, pour qu'ils n'acceptent pas pour pain béni tout ce que le maître dit).

— Mais non, monsieur, c'est vous qui vous êtes trompé. Vous avez compté deux fois les mêmes.

Alors j'ai parlé des intersections. Et nous avons vu que l'on avait affaire à quelque chose de nouveau. J'ai écrit : « Les carrés qui sont à la fois dans les lignes et dans les colonnes ».

— C'est trop long, il faut un symbole.

— Bon, inventez-le.

J'ai eu toutes sortes de choses. Mais j'ai conduit au signe $\cap$ parce qu'il est communément accepté.

Alors comment faire pour calculer le nombre des carrés noirs ?

— Est-ce qu'on écrit $H \cup V$?

— Non c'est trop, il faut enlever les intersections.

Alors j'écris $(H \cup V) - (H \cap V) =$ E. des carrés noirs

et avec les cardinaux $(30 + 35) - 15 = 50$ ».

Ainsi on a accédé à la formule générale de l'addition à partir de la création de Pierrick. Et c'est bien parce que jusqu'à présent on n'avait abordé que l'addition d'ensembles séparés (ensembles disjoints) mais pas celle des ensembles qui présentent des parties communes. Nous aurons certainement l'occasion de la retrouver.

20 NOVEMBRE

(A)

$$2^2 \quad 2^4 \quad 2^8 \quad 2^9 \quad 2^{10}$$

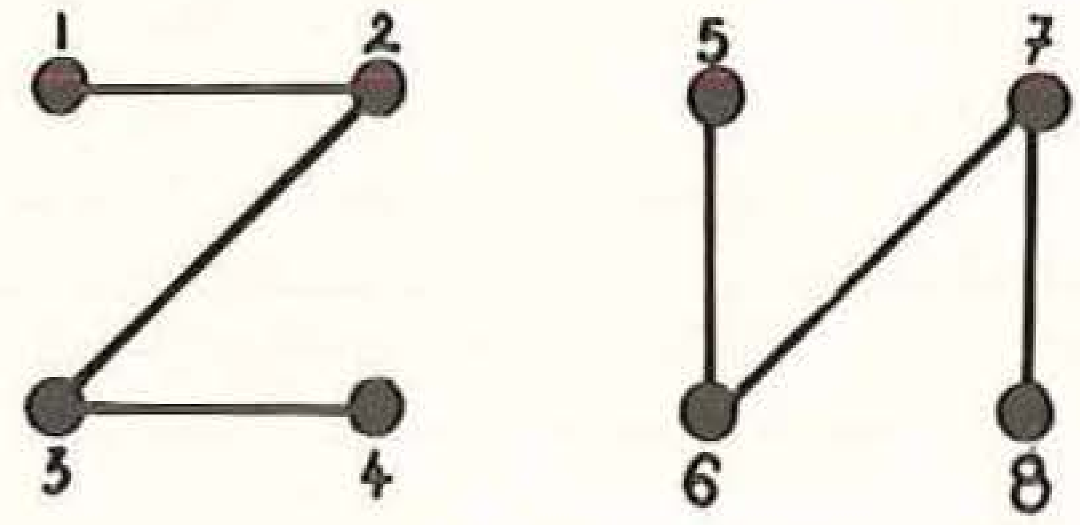
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Je ne me souviens plus très bien comment ces puissances de 2 se sont trouvées introduites en classe. Ah ! si, c'était à propos des « programmes » (voir le 8-11), Pierrick a l'air intéressé.

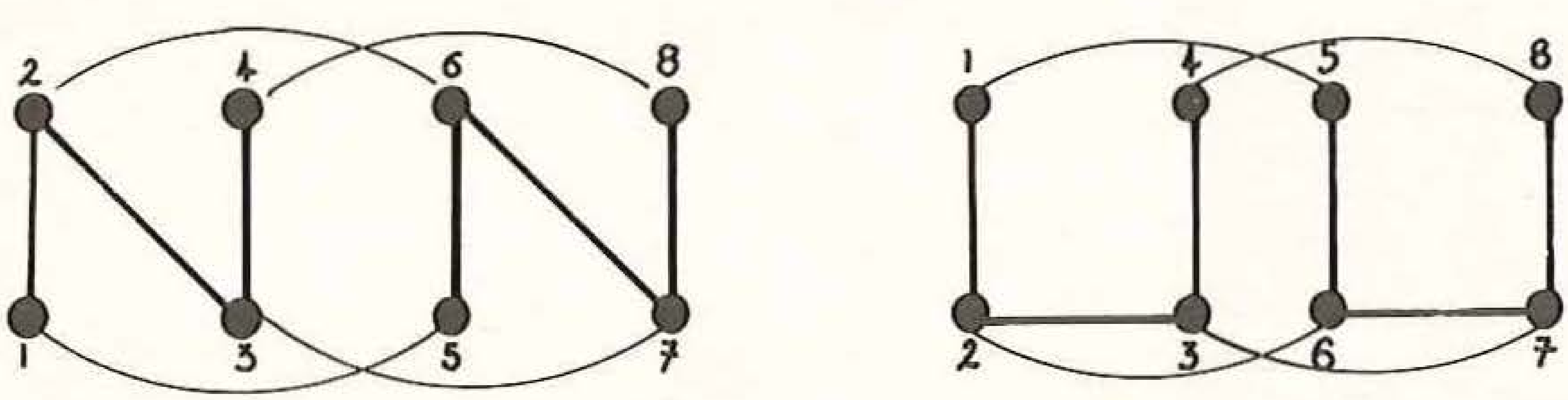
(B)

En feuilletant les cahiers et les carnets des élèves, je regrette parfois que certaines créations ne trouvent pas d'échos dans les carnets de Pierrick. En effet, je ne puis parler de tout ce qui apparaît dans la classe : ce n'est pas mon propos : j'ai l'intention de suivre la trajectoire d'un enfant pour montrer ce qu'il peut être amené à aborder tout naturellement, et pour voir si cela peut constituer un programme suffisant. Cependant, je regrette parfois que des choses intéressantes soient laissées de côté. Mais cette fois-ci, une création intéressante de Ghislaine a été reprise par Pierrick.

Voici la création de Ghislaine (15-11) :



On ne pouvait pas parler ici de classe d'équivalence puisque si le 1 correspond au 5 rien ne va plus pour le reste. Comment cela se fait-il. C'est tout simplement parce que Ghislaine n'a pas conservé toujours le même sens d'écriture. Cela a dû plaire à Pierrick puisque 5 jours après, il donne une double solution :



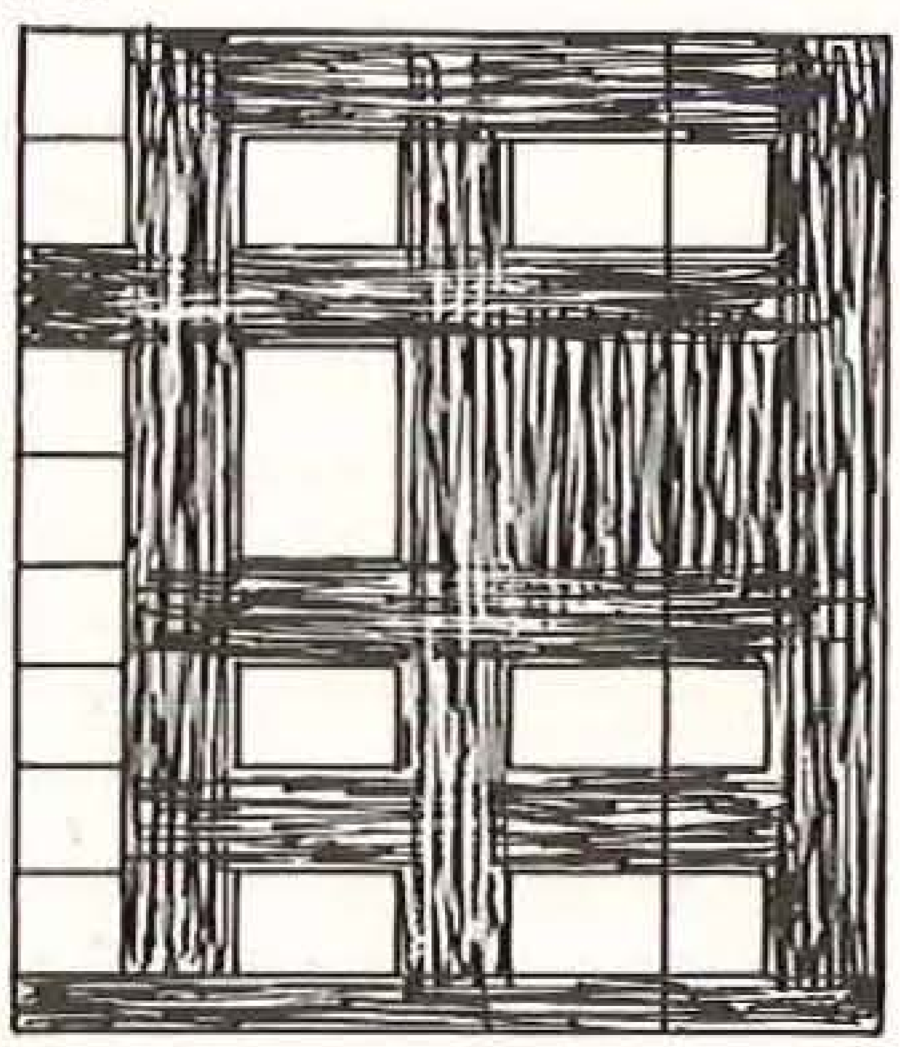
Et il relie entre eux comme nous l'avions fait au tableau les nombres de la même classe (modulo 4) (Entre les nombres reliés, il y a une différence de 4). C'est tout ce que nous avons tiré de cette création. Mais il y avait certainement mieux à faire (fonctions, correspondances, relations et surtout translations).

Je m'en console aisément : je ne peux pas penser à tout, je ne sais pas tout.

Mais je fais confiance à la vie. Si j'ai perdu une occasion, une autre se retrouvera : un camarade, un livre, une émission de télé sauront bien m'apporter des exemples de cheminements différents à partir de la même donnée d'expérience. Et je les assimilerai mieux parce que j'aurai eu cette expérience. Et puis, entendez-le bien : mon but n'est pas de tout enseigner à propos de tout. Au contraire même, je ne veux rien enseigner. Pourtant la langue me démange souvent. Mais maintenant, je sais tout de même mieux me taire parce que je sais que c'est beaucoup plus bénéfique pour les enfants. Nous avons une situation, bon : nous l'examinons sans parti pris : je ne tire pas la couverture dans mon sens. Quelquefois, s'il le faut, j'incite légèrement. Mais je n'insiste pas si cela ne répond pas.

D'ailleurs, la plupart du temps, les observations, les commentaires des enfants suffisent pour que l'on fasse un pas de plus. Et un pas, cela suffit. A chaque jour suffit son pas. Mais je me défends de vouloir enseigner. Car lorsque je veux enseigner, j'ai une idée préconçue. Et c'est néfaste, car j'entrave alors le libre développement mathématique de chacun. Et je me suis aperçu que les enfants laissés libres vont plus loin et ont beaucoup plus d'idées que je ne saurais en avoir. Ils trouvent toujours des biais imprévus qui permettent d'accéder à de nouveaux domaines. Et comme justement c'est l'ouverture maximale de l'éventail des pistes que je veux assurer avant 9 ans, je suis comblé. Oui, maintenant je suis beaucoup plus attentif, plus réceptif, plus respectueux de l'enfant. Personnellement, je m'en trouve très bien car les enfants me placent continuellement dans un monde nouveau. Mon esprit se trouve continuellement en porte-à-faux. Mille questions m'assaillent. Et à cause de cela je peux assimiler beaucoup d'idées mathématiques. Je ne puis regarder une émission ou lire un livre de mathématique sans me trouver aussitôt branché sur le problème étudié parce que j'ai tellement de questions que j'ai, par avance, la question qu'il faut. Et c'est tout bénéfice pour les uns et pour les autres. Chez moi, comme chez eux, il y a toujours des recoupements. Cela nous fournit de nombreuses grilles à travers lesquelles nous regardons les situations les plus variées. Et comment cela ne nous enrichirait-il pas ?

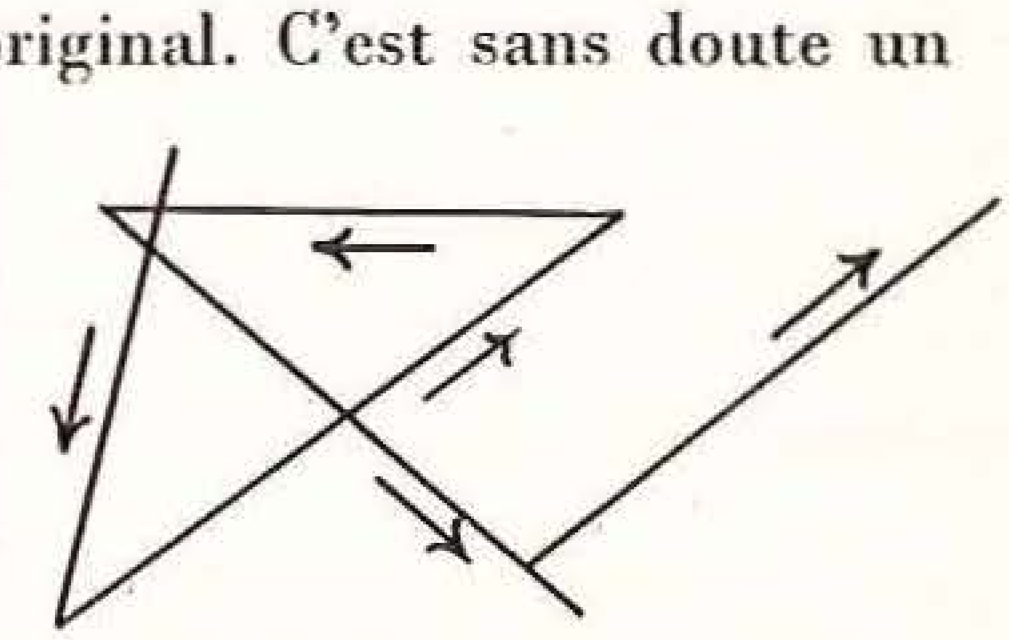
(C)



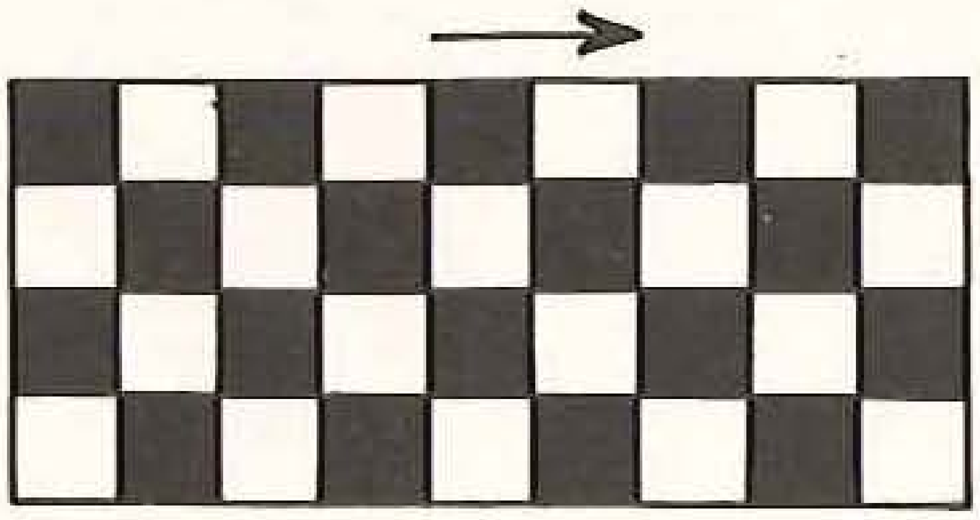
Nouvelle tentative de noircissement exécutée avec rapidité pour ne pas dire avec brutalité. Cette création n'a pas été examinée collectivement. Mais pour nous, ce débordement d'énergie noire est révélateur de la tendance profonde de l'enfant.

(D)

Voilà quelque chose d'original. C'est sans doute un souvenir des représentations graphiques des évolutions que l'on inventait sous le préau. Pourtant cela me semble loin. Non c'est quelque chose de nouveau. Ce qui nous a intrigué c'est le point de départ. Où était-il placé ?



(E)



Reprise du damier, mais exécuté cette fois avec beaucoup plus de soin. Et aussi avec l'addition d'une flèche. De tels rapprochements sont totalement imprévisibles. Il font le charme des créations enfantines. Les enfants ont toutes les audaces : ils ne craignent pas de juxtaposer les choses les plus inattendues. Un damier orienté ! Quelle idée !

(F)

J'ai 400 *boulets en plomb. J'en enlève* 30. *Combien en reste-t-il?*

Voici un problème un peu simple. Cela n'a pas d'importance. Ce qu'il faut remarquer surtout c'est que le problème prend sa source dans la folie actuelle de billes qui s'épanouit à chaque récréation. Il faut remarquer aussi que l'*histoire chiffrée* qui apporte les données du problème est suivie de la *question* pertinente. Pierrick n'a pas besoin de tâtonner sur la question : il la perçoit dans la foulée. Il faut dire que c'est très simple.

Ainsi la journée du 20-11 vient de se terminer. Pierrick était vraiment inspiré puisqu'il a été jusqu'à (F)

22 NOVEMBRE

E	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1		3	4				8	
$\bar{x}$		2			5	6	7		9

F	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1			4				8	
$\bar{x}$		2	3		5	6	7		9

Un événement considérable : Pierrick nous donne deux ensembles identiques qu'il partage en 2 sous-ensembles de deux manières différentes (le 3 étant en $\bar{x}$ la seconde fois). Voilà qui est riche de conséquence. Nous devons cela à Joëlle.

Il faut que je vous parle de cette petite fille silencieuse et timide. L'an dernier, elle était restée presque une année entière, enfermée dans un mutisme presque total dont je n'ai réussi à la sortir que par le texte libre, les techniques parlées et le planning. Cette petite a été valorisée par sa réussite en histoire de crocodiles et de singes qui lui a permis de sublimer son complexe de l'aînée (elles sont trois filles). Maintenant ce sont ses créations mathématiques qui la valorisent. Cela lui ouvre une nouvelle porte de succès. Et l'on voit combien il est important de considérer l'enfant dans sa totalité comme Freinet nous a appris à le faire. Et, ici, on s'aperçoit que c'est le succès en maths qui aide à la délivrance de l'enfant et qui lui permet de mieux réussir encore en maths. Je m'arrête à Joëlle parce que Pierrick se trouve exactement dans la même situation : même complexe de l'aîné, même mutisme prolongé, même utilisation du texte libre et des techniques parlées pour se rééquilibrer et même comportement mathématique.

Dans ma classe, quand j'ai de bonnes conditions de travail, mes élèves disposent de beaucoup de langages : texte libre, parlé, chanté, dessin, peinture, carton, terre, danse, gym, et... mathématique. Chacun peut donc librement choisir l'outil ou les outils de libération et de travail qui lui conviennent plus spécifiquement.

Le 4 NOVEMBRE, Joëlle avait généralisé les tiercés. Elle avait écrit :

$4 + \bar{4} = 12 \rightarrow \bar{4} = 8$ (4 plus le complément de 4 à 12 = 12 donc $\bar{4} = 8$)

$6 + \bar{6} = 24 \rightarrow \bar{6} = 18$

(Je passe sur l'erreur de la barre sur le cardinal).

Et puis voici ce que l'on trouve sous sa bille :

$E + \bar{E} = A - E = 1$

Nous avons critiqué ce A — E et dit : C'est sans doute :

$E + \bar{E} = A \rightarrow A - E = \bar{E}$

Le 6 NOVEMBRE, elle écrit :

A chercher :

$F + \bar{E} = A \rightarrow \bar{6} = 7$

C'était une équation dont il fallait trouver la solution. C'était facile. $\bar{6}$ ça devait être $\bar{E}$ donc $E = 6$ et $A = 13$.

Le 20 NOVEMBRE, elle reprend le thème. Mais elle ajoute en plus une astuce que nous avions faite

E	1	2	3	4	5	6
caram		2		4		6
$\overline{\text{caram}}$	1		3		5	

$\overline{\text{caram}}$ se lit : carambar.

Quel succès. Il y a aussi $\overline{\text{mala}}$ (Denis).

Ce 22 NOVEMBRE Pierrick témoigne de l'intérêt qu'il a apporté à la dernière création de Joëlle. Il se donne deux ensembles identiques $\{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\}$ qu'il nomme différemment E et F, on ne voit pas pourquoi. Mais il les divise en deux sous-ensembles de 2 manières différentes. Mais alors, que ces sous-ensembles sont différents, il leur donne le même nom. La critique lui fait prendre conscience de son erreur. J'aurai pu ajouter que, habituellement, pour les ensembles on prend les lettres majuscules. Mais certains auteurs ne respectent pas cette convention : nous pouvons bien prendre nos libertés également. Et même si nous sommes un peu irrespectueux, tranquillisons-nous, le respect viendra ; s'il s'avère nécessaire.

Au lieu de faire la banale partition en pairs et en impairs, Pierrick reprend l'idée de Denis (voir le 8-11), il répartit ses nombres au hasard et cela donne :

$$x\,\{1, 3, 4, 8, 10\} \qquad g\,\{1, 4, 8\}$$

$$\bar{x}\,\{2, 5, 6, 7, 9\} \qquad \bar{g}\,\{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$$

Je dis aux enfants : « Observez-bien les 4 sous-ensembles ». Et naturellement quelqu'un (Eric) s'aperçoit que dans le x, il y a un 4 et dans le g aussi.

Alors je dis : « Il est dans les deux à la fois. Il faudrait inventer un signe ».

Pierrick lève la main et vient au tableau en souriant pour écrire le signe inter $\cap$ que nous connaissons déjà.

Alors, nous écrivons :

$$x \cap g = \{1,4,8\} \qquad x \cap \bar{g} = \{3\}$$

$$\bar{x} \cap g = \{\phi\} \qquad \bar{x} \cap g = \{2,5,6,7,9\}$$

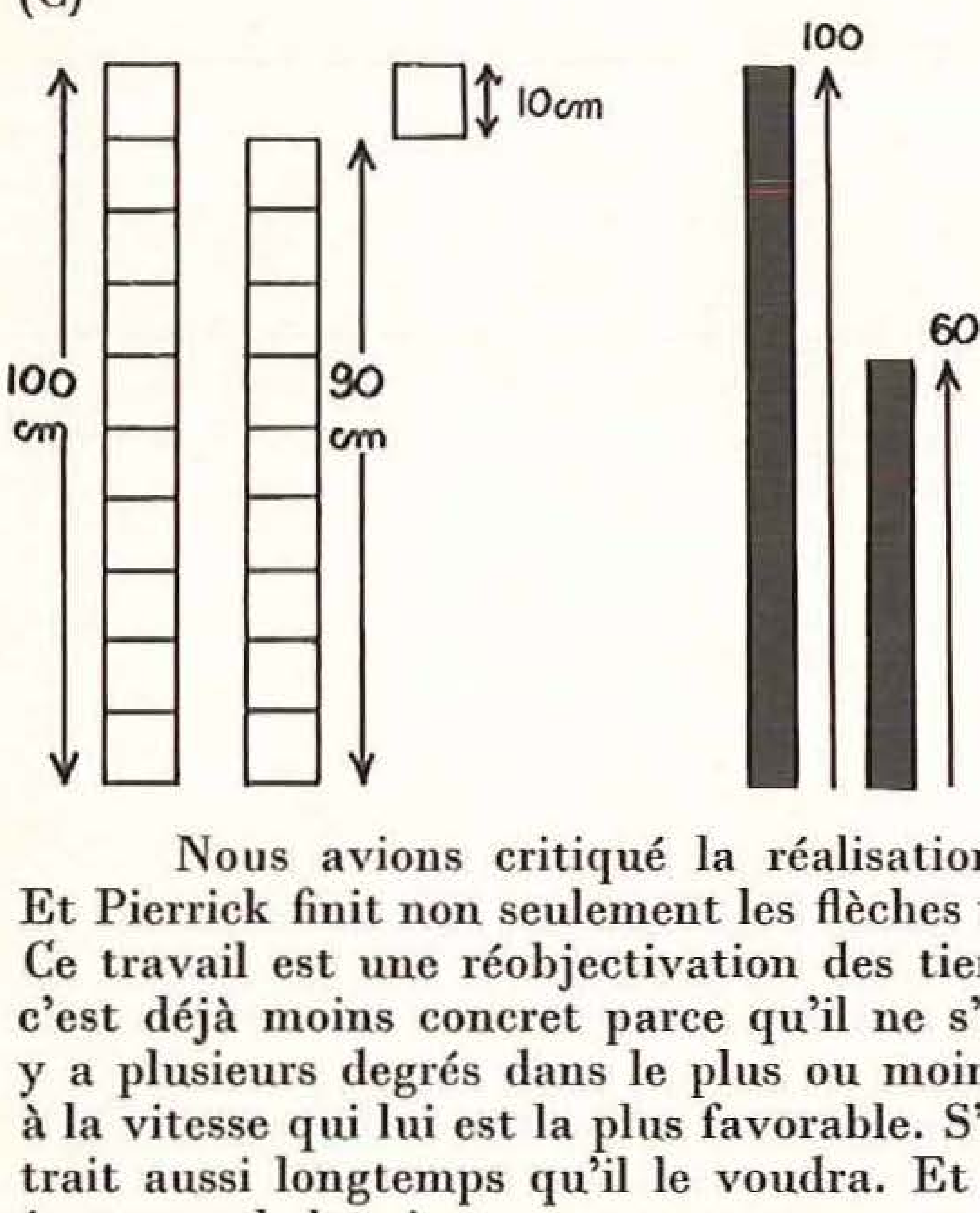
C'est tout un monde nouveau que nous découvrons.

(B)

-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0
-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2
-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3
-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4

Cette fois, Pierrick s'intéresse aux nombres négatifs. Et soudain, moi, je vois là-dedans l'amorce des axes de coordonnées négatives. Mais je me garde bien de dire quoi que ce soit car j'entrainerai les enfants dans cette direction et je me garde bien maintenant de pousser les enfants hors de leurs chemins, qui leur restent à découvrir.

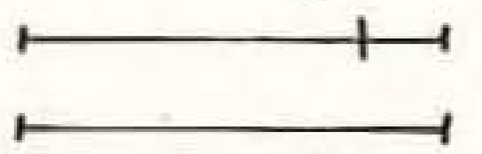
(C)



C'est à Yvon que Pierrick emprunte cette idée. C'est une idée de planches que je dessine ci-contre. Il faut vous dire que Yvon est fils de menuisier et, évidemment, toutes nos histoires de tiercé avec grand morceau de bois = moyen morceau de bois + petit morceau de bois retentissent en lui beaucoup plus profondément. Et nos représentations des hauteurs de piliers qui sont plutôt abstraites parce que détachées de la pierre sont pour lui des réalités bien concrètes, en bois.

Nous avions critiqué la réalisation à cause de l'inachèvement des flèches. Et Pierrick finit non seulement les flèches mais il précise également l'unité de mesure. Ce travail est une réobjectivation des tiercés abstraits dans la ligne de Yvon. Mais c'est déjà moins concret parce qu'il ne s'agit plus de planches mais d'un dessin. Il y a plusieurs degrés dans le plus ou moins concret. Chacun doit franchir les étapes à la vitesse qui lui est la plus favorable. S'il le veut, il restera au stade du moins abstrait aussi longtemps qu'il le voudra. Et il pourra y revenir aussi souvent qu'il en éprouvera le besoin, pour se rassurer, pour reprendre souffle ou pour mesurer le chemin parcouru. Après l'étape de Pierrick, il y a le graphique classique. On l'a toujours beaucoup utilisé dans les classes. Mais pas toujours d'une manière efficace parce que certains enfants n'avaient pu suffisamment tâtonner dans les domaines intermédiaires du moins en moins concret.

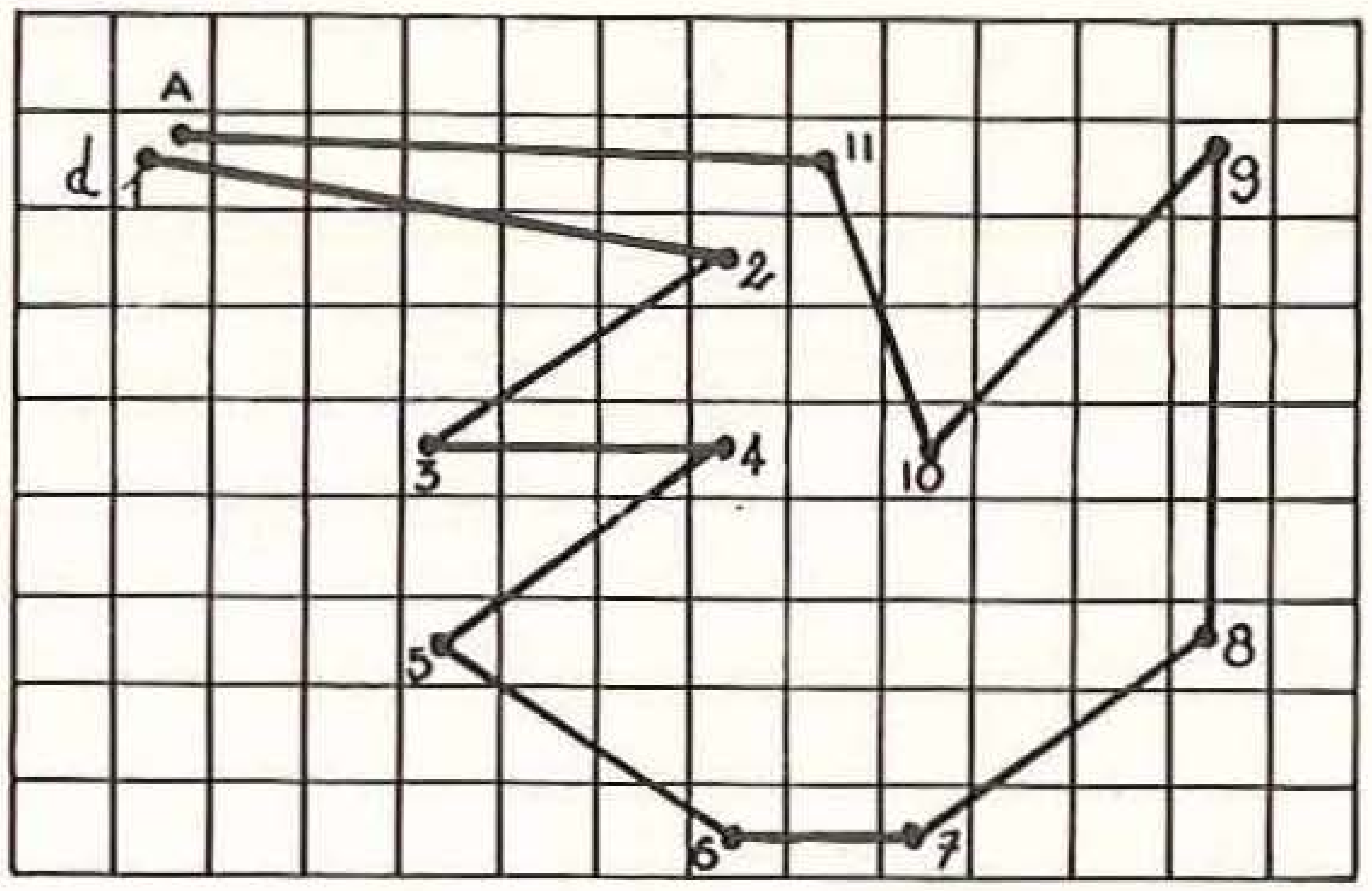
Après ce graphique que l'on retrouve aussi horizontalement on accède à la



Relation de Charles, puis au travail sur les cardinaux sans représentation des objets, puis à l'utilisation des lettres, etc. Il y a donc des degrés successifs d'abstraction mais, comme dit Freinet, on ne doit pas se lâcher les mains avant d'avoir assuré les pieds.

23 NOVEMBRE

(A)



L'indication de *d* et de *A* qui signifient : départ, Arrivée, souligne nettement que Pierrick reprend ici les inventions de parcours sous le préau que nous avions vu fleurir au début de l'année. Il les inscrit dans le quadrillage. Cela nous conduira sans doute un jour aux coordonnées cartésiennes. Mais je me tais. Je laisse faire. Et ce que nous voyons ici, c'est le parallélisme des segments 2,3 et 4,5. Et aussi la symétrie du tracé 5,6,7,8 (L'amour de la symétrie est assez souvent l'indice d'un tempérament de mathématicien).

(B)

4545	3
15	1515
04	
15	

5454	3
24	17 10 7
35	
24	
0	

A nouveau, une reprise des divisions comme le 28-10. Cette fois, c'est Patrick, Ghislaine et Philippe qui ont relancé l'affaire. Nous avons examiné leur production pour la critiquer en commun. Et ceci a donné à nouveau à Pierrick le désir de s'exercer aux divisions. On voit comme il se jette sur tout ce qui apparaît.

Ici, il y avait une certaine intention de symétrie puisque l'enfant a écrit 4545 et 5454. Malheureusement, la deuxième opération comporte une erreur. Pierrick a compté 24 : 3 = 7 et il reste 3. Cela nous a permis de voir, avec les réglettes que lorsque le reste est égal au diviseur, cela permet de dire une fois de plus. Et d'autre part on ne doit jamais trouver 10 comme chiffre au quotient.

Cette erreur est regrettable car nous aurions trouvé 1818. Et ce nombre rapproché de 1515 nous aurait intrigués. Et ces deux nombres auraient pu constituer

le début d'une série	1515	1616	1717	1818
en relation avec	4545	4848	5151	5454

Qu'aurions-nous trouvé : peu de choses sans doute. Mais peut-être tout simplement l'idée de suite. Mais il faut être sage et ne jamais rien regretter. Ce que nous avons gagné aujourd'hui était aussi et peut-être encore plus intéressant. Suivre à tout prix la piste qui plaît au maître, cela ne peut se faire que sous la poussée du maître. Et justement, maintenant, le maître de chez nous, il ne pousse pas. Ou, du moins, il pousse le moins qu'il peut, quand il est assez sage pour rester sage. Car si on veut aller loin, faut pas pousser, faut surtout pas pousser.

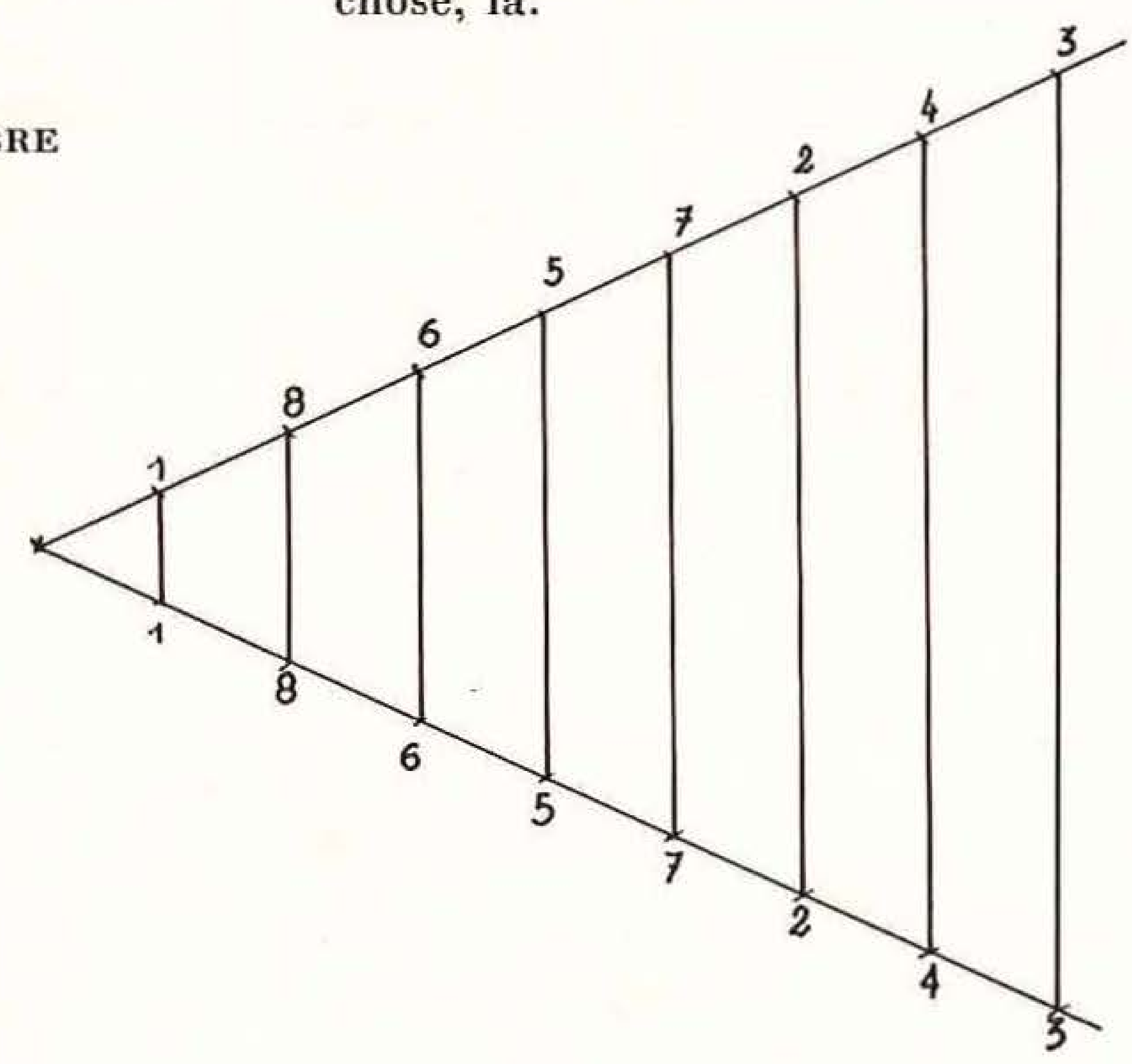
(C)

$$\begin{array}{r} 45455454 \\ \times\ 2555 \\ \hline 227279270 \\ 227277270 \\ 227257270 \\ 90910908 \\ \hline 7461631750 \end{array}$$

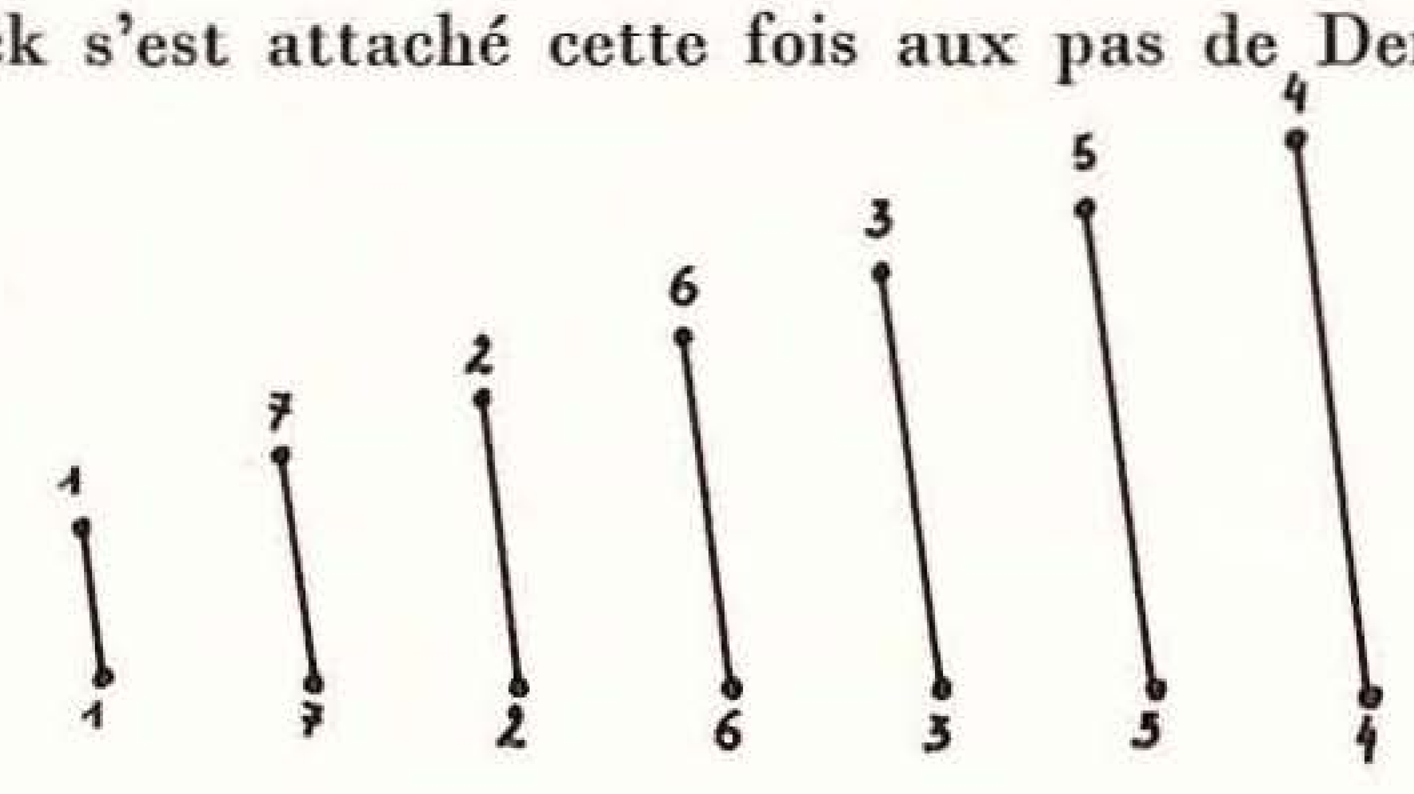
Pourquoi s'arrêter aux divisions, il faut aussi s'intéresser aux multiplications. Et cela nous permet de préciser à nouveau la notion du décalage des produits partiels. La pose du multiplicateur a été également critiquée. Nous avons également relevé quelques erreurs, sans importance en ce début d'année. Il faut noter la composition du multiplicande 45455454. Il y a quelque chose, là.

25 NOVEMBRE

(A)



Pierrick s'est attaché cette fois aux pas de Denis qui, la veille avait réalisé ceci :



C'était vraiment insolite. Et pour deux raisons.

J'avais reproduit ce travail au tableau en le précisant quelque peu. Et l'on avait vu que les points semblaient appartenir à deux lignes concourantes. Et les lignes qui joignaient les points correspondants semblaient être parallèles.

Mais ce qui était également curieux, c'était l'ordre de succession des chiffres. Il a fallu chercher ! Denis, souriant et amusé se taisait. Cependant le secret a été vite découvert : il s'agit d'un aller et retour, facile d'ailleurs à repérer lorsqu'on lit les chiffres dans l'ordre habituel.

Pierrick reprend l'idée de Denis. Mais il lui fait faire un pas en avant, car il fixe une même origine aux deux demi-droites. On pourrait appeler Pierrick : le Développant.

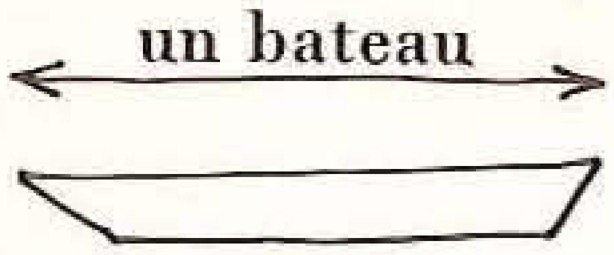
Mais il nous introduit avec ses nombres dans un monde dont nous n'avons pas réussi à trouver le secret 1-8-6-5-7-2-4-3-! Qu'est-ce que ça peut bien cacher ? Sans doute rien : c'est une disposition de hasard. Mais plutôt que de nous livrer à la recherche du secret (qui nous a tout de même révélé le hasard) nous aurions mieux fait de nous intéresser à la distance entre les points qui reste à peu près constante. Mais qui sait, plusieurs esprits s'y sont peut-être intéressés mais sans le formuler et même sans le savoir, d'une manière inconsciente. Patience : qui saura jamais les latences, fouilles des prochaines consciences.

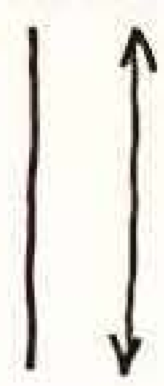
Oh ! tenez, qui saura jamais mes propres inconsciences. Voilà ce que je trouve sur le brouillon que je mets ici au point : « Je tiens à signaler que Josiane reprendra le thème 12 jours après, le 7 décembre ».

Est-ce que c'est vraiment le hasard qui m'a fait écrire les phrases précédentes. En tout cas Josiane viendra illustrer mon texte.

Un jour Yvon CE1 (encore lui) avait dessiné ceci :

9000 minimaître
un bateau





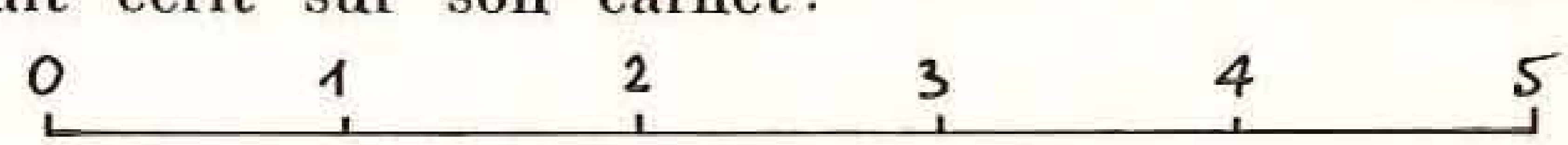
un mât
9000
minimaître

Yvon est ce fils de menuisier dont je parle le 22 novembre (C).

Quand j'ai abordé cette création au tableau, j'ai mis un chapeau sur ma tête et j'ai dit à mes grands du CE2 avec un clin d'œil : « Je vais vous montrer un minimaître ». Et j'ai marché accroupi. Eclat de rire général des grands et petits qui ont fait le rapprochement avec mini-jupe et mini-vélo. Pourquoi un chapeau ? Parce que chez nous le maître a un chapeau, le mètre c'est une règle, et mettre c'est quand Ginette et Colette vont mettre une lettre à la poste. On reconnaît ici mon souci de l'établissement d'une référence orthographique. Mais les références sont de tous ordres : affectives, musicales, littéraires. Ici l'éclat de rire pour le minimaître en est une également.

Il a bien fallu parler des millimètres. Et reprendre tout naturellement les mesures de longueur à partir de ce que l'on savait déjà. Et aussi prendre conscience de la nécessité du choix d'une unité de mesure appropriée à la taille de l'objet à mesurer.

Et le lendemain Eric avait écrit sur son carnet :



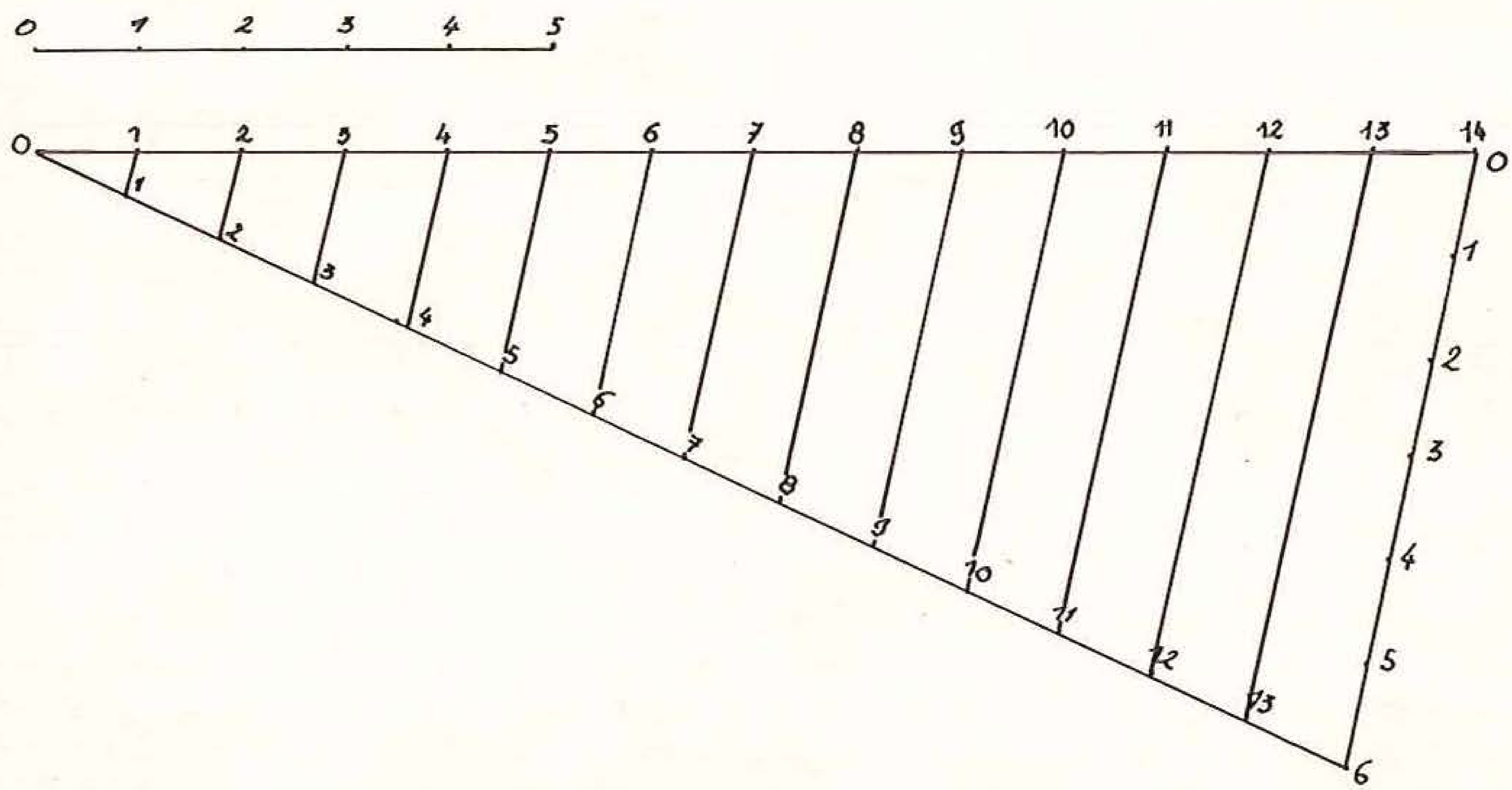
Miracle, chaque point correspondait à une ligne du carnet. Ainsi le carnet était quadrillé au centimètre.

« Mais non monsieur puisqu'il y a une ligne entre les deux — Alors à quoi ? — Au demi-centimètre. — C'est-à-dire ? — Un carré mesure 5 mm de côté. »
Even s'écrie : « Mais alors, on peut avoir aussi un cm2. — Eh ! oui ».

Stéphane bondit et prend un petit blanc du Cuisenaire (un cm3) et le pose sur son carnet : « C'est vrai on a un cm ^{2} — Et chaque petit carreau du carnet c'est... c'est 1/4 de cm ^{2} »

Je me réjouis intérieurement car c'est l'ouverture de plusieurs nouvelles pistes intéressantes. Je pense par exemple aux constructions d'après une échelle, aux évaluations d'aire. Mais je me garde de dire quoi que ce soit. J'ai simplement l'esprit en éveil. Je sais que, inéluctablement, mes faims de développement de ces idées se trouveront assouvies tout naturellement. Taisez, mes faims.

Et le lendemain, voilà ce que je trouve subitement sur le cahier de Josiane (alors que depuis de longs jours elle en était aux programmes « binaires » et aux ensembles complémentaires)



Ainsi Josiane associera à la découverte de Eric, la création de Denis modifiée par Pierrick, création qui remontait à plus de 15 jours. Et pourquoi ce resurgissement, cette resouvenance ?

Il faut noter que pour réaliser son travail, Josiane se servira du double-décimètre que je n'avais distribué qu'à partir du travail de Yvon. Si je les avais donnés avant j'aurais forcé et j'aurais étouffé l'esprit créatif en conditionnant trop tôt au système métrique. — Et s'il n'avait pas été question de millimètre, tu ne les aurais pas donnés ? — Non, bien sûr. Vous savez, la vie est si longue qu'on arrivera bien à y faire tenir un double-décimètre. Et puis, si vous saviez comme je suis tranquille à ce sujet et comme je crois intensément au proverbe : « Tout vient à point à qui sait attendre ». Et à cette phrase de Rousseau : « L'essentiel c'est de perdre du temps ».

(B)

1	2	0	1	2	8	1	3	6
					×	~~1~~	~~2~~	5
6	0	0	6	4	0	6	8	0

Pierrick se remet à la multiplication. Il avait écrit d'abord × 125. Mais il a barré le 1 et le 2 sans doute parce que cela allait lui donner trop de travail. Mais il a pris le soin de dessiner les « maisons » pour bien mettre les chiffres à leur place comme la critique des opérations « mélangées » de Philippe nous l'a appris.

(C)

E	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	1		3	4		6	7		9	10		12	13		15
$\bar{x}$		2			5			8			11			14	

$x \cap y = \{1, 7, 10, 12\}$

E	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	1		3		5		7			10		12		14	
$\bar{y}$		2		4		6		8	9		11		13		15

$\bar{x} \cap y = \{5, 14\}$

On le voit, Pierrick reprend ici son idée du 22-11 mais il l'agrandit jusqu'à 15. Quelle coïncidence : les cartes de Karnaught vont jusqu'à 15. Mais elles commencent à zéro. Et la première carte porte les sous-ensembles pairs et impairs. Incontestablement, on tourne autour. Mais je ne l'enseignerai pas aux enfants car ce serait du forçage. Vous me direz : — Vous en étiez si près. — Evidemment, j'aurais pu le faire sans dommage. Mais c'est surtout de moi que je me méfie. (J'ai une manie enseignante difficile à réprimer). Après la première carte, j'aurais voulu la deuxième et j'aurais forcé. Si les enfants ont compris aujourd'hui et s'ils en ont besoin un jour, ils sauront bien assimiler. L'essentiel, c'est qu'il y ait un tâtonnement libre « autour » de la question. Si je conditionne trop tôt les enfants, leur esprit mathématique se figera. Je pense que c'est comme cela qu'il faut former les enfants d'aujourd'hui : « *au bord* ». C'est-à-dire que si le besoin s'en fait sentir, ils peuvent descendre dans le trou. Mais ils ne doivent pas s'y enterrer définitivement. En un saut, ils doivent pouvoir en sortir et revenir sur la terre libre, sur la terre ouverte. Si je les conditionne trop à un système, je ne les conditionnerai pas à son contraire. Et vous savez la dialectique : on a besoin de l'un et de l'autre.

Ce même jour, Josiane a réalisé, par hasard, la première partie du travail de Pierrick en commençant par le 0 mais en n'allant que jusqu'à 14.

F	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13,	14
X	0	1		3	4		6	7		9	10		12	13	
$\bar{\mathbf{X}}$			2			5			8			11			14

et elle y ajoute

E	−1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
g	−1 1 2 4 5 7 8 10 11 13 14
$\bar{g}$	0 3 6 9 12

C'est merveilleux de régularité. Evidemment, c'est sur la création de Josiane que nous avons travaillé. C'était si bien. Voilà ce que nous avons trouvé.

$$X \cap g = \{1, 4, 7, 10, 13\}$$
$$X \cap \bar{g} = \{0, 3, 6, 9, 12\}$$
$$\bar{X} \cap g = \{2, 5, 8, 11, 14\}$$
$$\bar{X} \cap \bar{g} = \{\phi\}$$

Nous n'en revenons pas de ce que Josiane a réalisé. Jusqu'à présent, lorsque nous regardions ce qu'il y avait à l'intersection des deux sous-ensembles, c'est-à-dire les nombres qui se trouvaient dans les deux à la fois, nous acceptions ce qui se présentait sans trop y regarder. Mais le plus souvent, c'était une mosaïque de hasard. Ici c'est tout le contraire. En effet dans la première intersection on trouve la classe $\dot{1}$ (modulo 3) ou si vous préférez la classe reste 1. Dans la deuxième on trouve la classe $\dot{0}$, la troisième c'est la classe $\dot{2}$ et la quatrième donne un ensemble vide. Alors avec Pierrick, Eric, Denis, Josiane et Joëlle, nous avons regardé cela de plus près. Mais je m'y intéressais également parce que j'étais aussi intrigué qu'eux. Alors nous avons vu que x (1) c'était :

$$x^{(1)} = \dot{0} \cup \dot{1} \quad \bar{x} = \dot{2} \qquad g = \dot{1} \cup \dot{2} \qquad \bar{g} = \dot{0}$$

Alors, forcément :

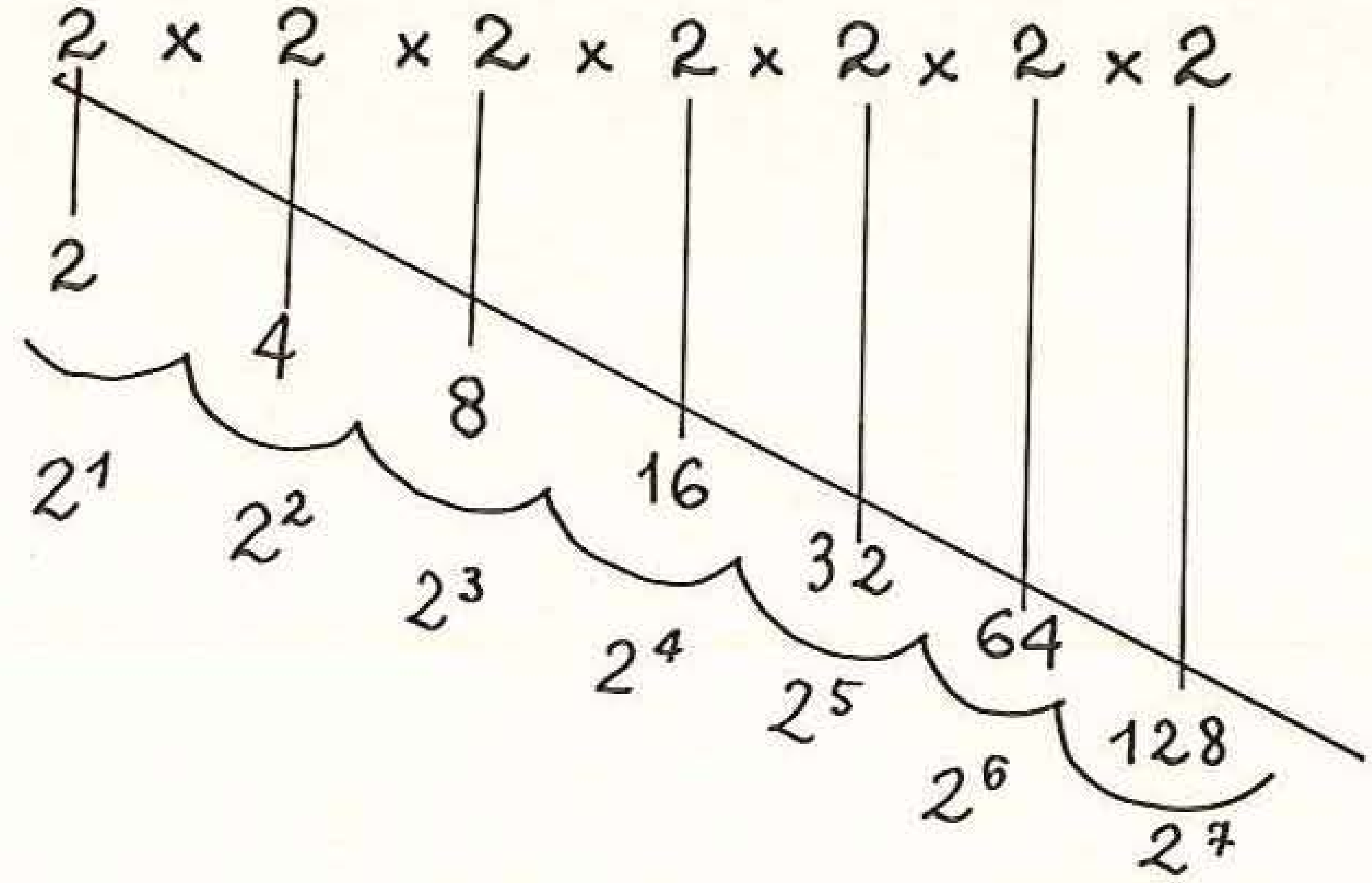
$$x \cap g = (\dot{0} \cup \dot{1}) \cap (\dot{1} \cup \dot{2}) = \dot{1}$$
$$x \cap \bar{g} = (\dot{0} \cup \dot{1}) \cap \dot{0} = \dot{0}$$
$$\bar{x} \cap g = (\dot{2}) \cap (\dot{1} \cup \dot{2}) = \dot{2}$$
$$\bar{x} \cap \bar{g} = (\dot{2}) \cap (\dot{0}) = \phi$$

Et mon équipe comprenait très bien. Mais moi j'étais étonné que l'on puisse ainsi opérer sur des ensembles. Et que ça marche !

---

(1) $x = \dot{0} \cup \dot{1}$ *veut dire union de la classe* $\dot{0}$ *et de la classe* $\dot{1}$.

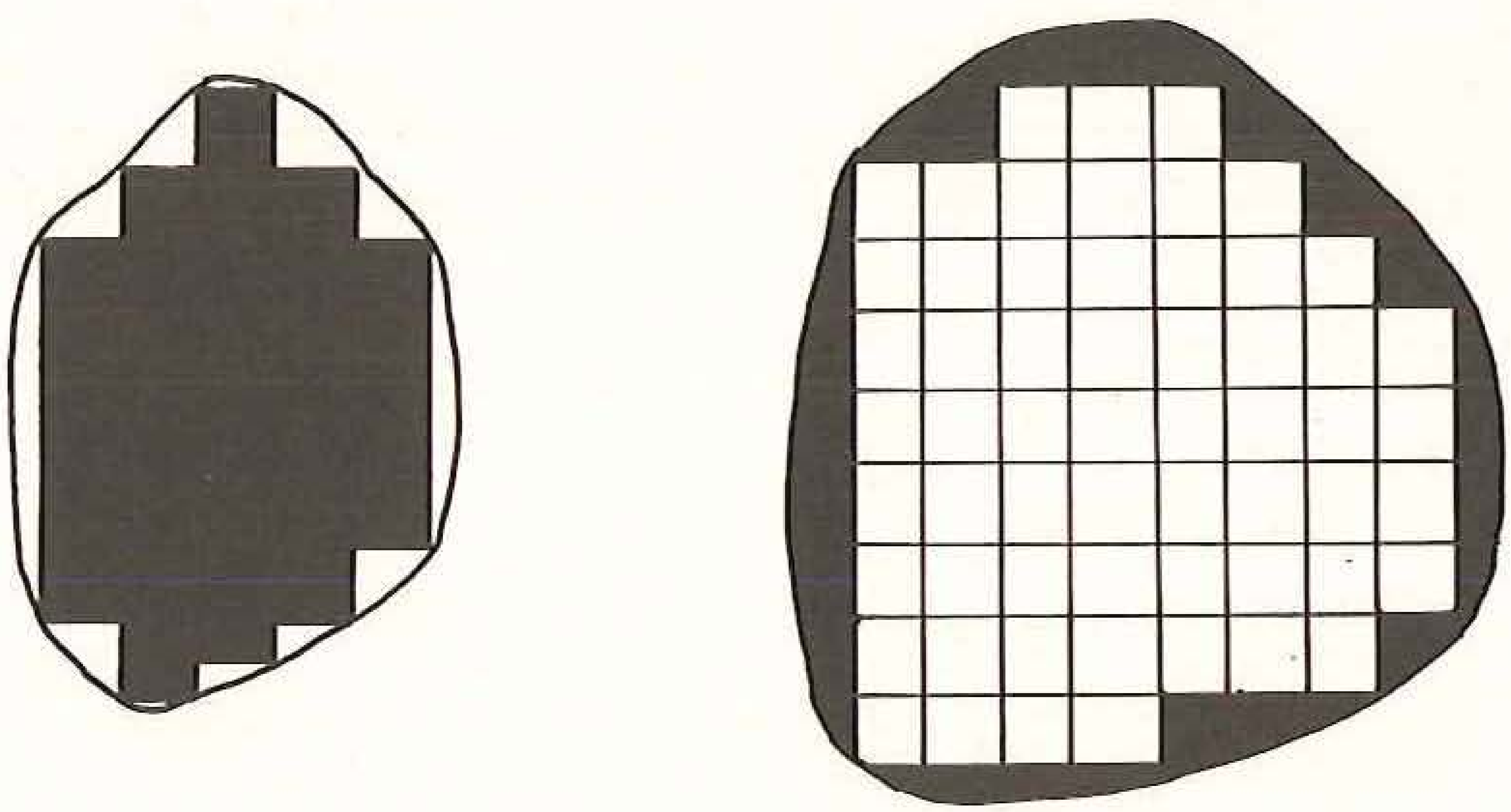
(D)



Pierrick revient sur les puissances qui étaient apparues à la suite de nos études sur les « programmes » d'opérations et le système binaire (voir (F) du 8-11).

Là il traduit dans le système décimal et il met en correspondance les puissances de 2.

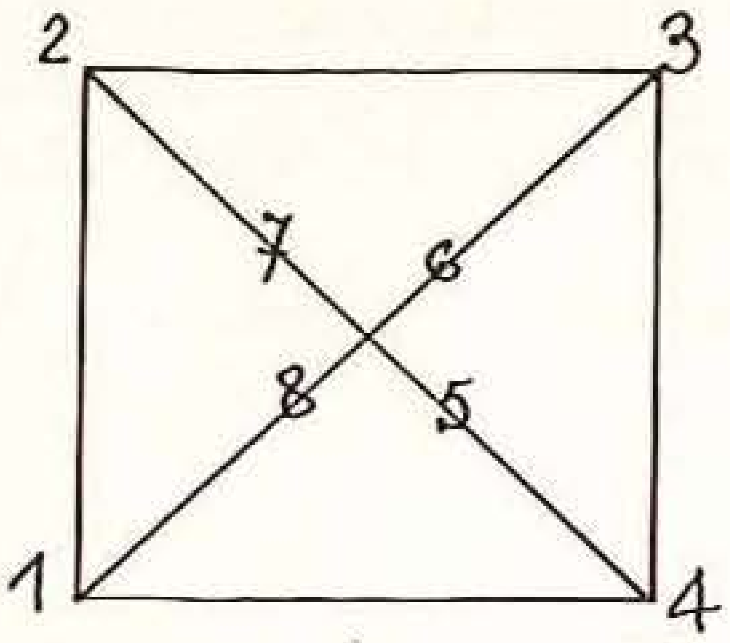
(E)

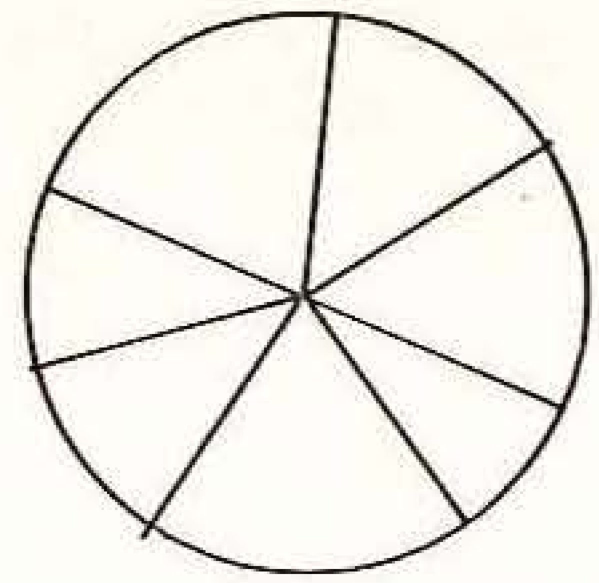


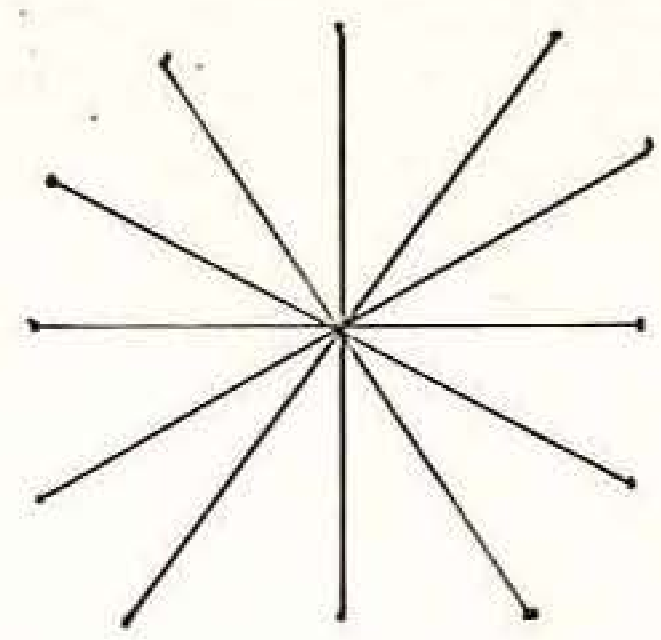
Cette fois, ce n'est pas l'aire d'un triangle que l'on calcule mais celle d'une patate. En réalité, il semble que Pierrick ait d'abord dessiné les carrés et, ensuite, il a tracé la courbe circonscrite, au lieu de chercher combien il y a de carrés entiers dans cette figure. Ce que j'aurais pu souligner également c'est que les deux figures sont traitées différemment. Dans un cas, c'est noir sur blanc et dans l'autre, c'est blanc sur fond noir. Ceci aurait pu ouvrir une piste intéressante.

Mais je dois signaler qu'il y avait ici une deuxième idée de complémentarité. En effet, au lieu de compter les carrés à l'intérieur d'une surface délimitée par une ligne fermée, il a dessiné des carrés puis il les a cernés d'une ligne.

(F) (G) (H)





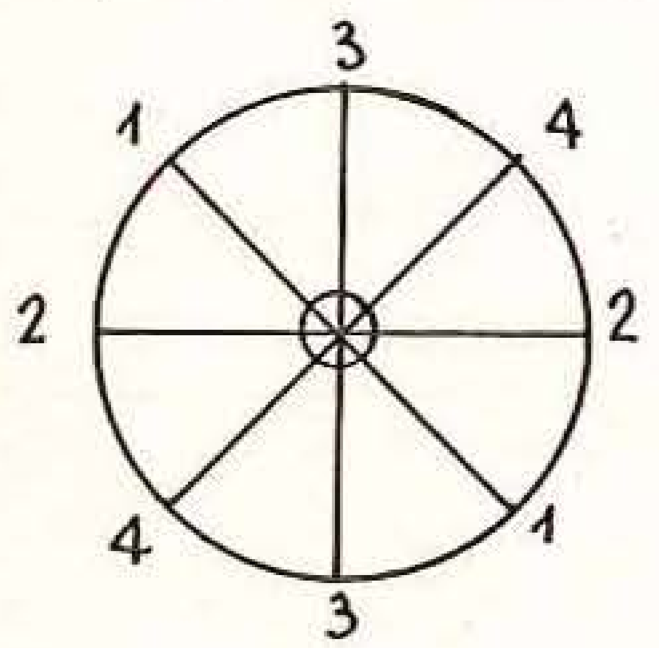


(F.G.H)

J'ai beau chercher sur les autres carnets, je ne trouve rien qui puisse sembler avoir motivé ces créations de Pierrick. Non, non, cela vient bien de lui. Il me semble même avoir souligné devant les enfants l'habileté de Pierrick pour faire sept morceaux dans ce disque.

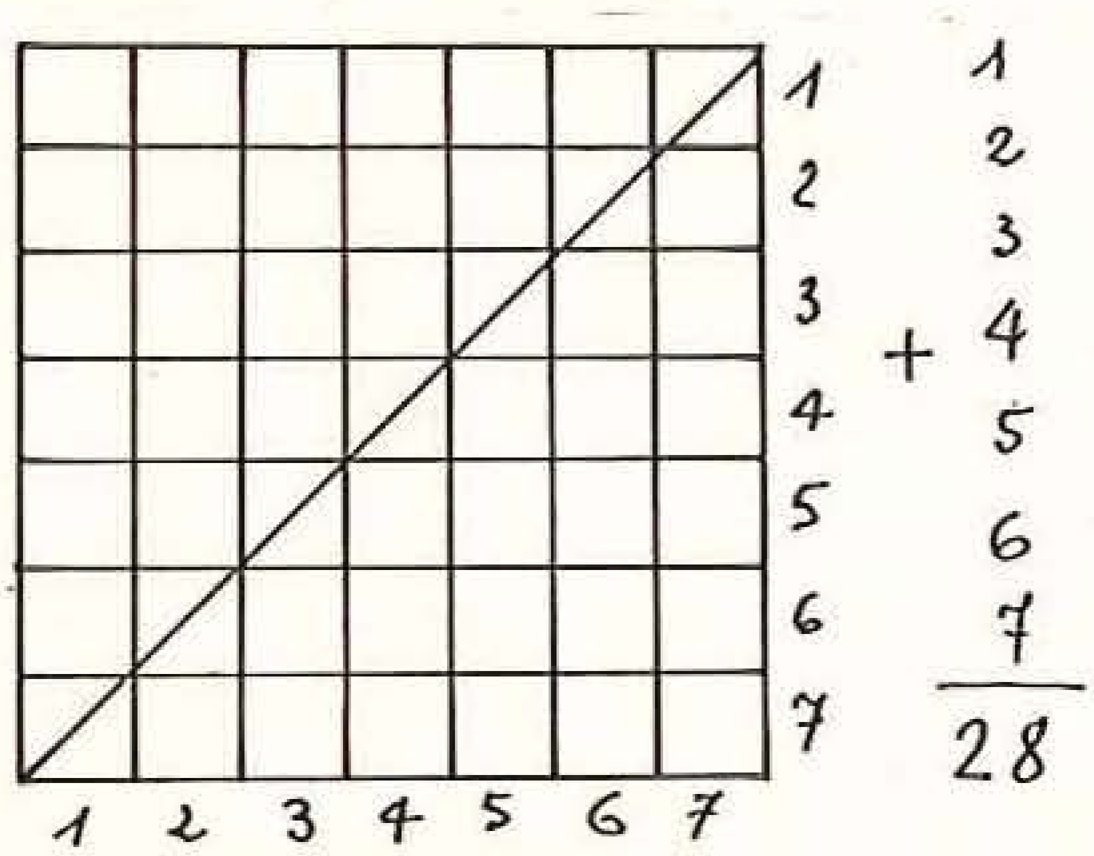
(H)

Ici, je me souviens, c'est Joëlle qui avait été à l'origine de cette idée de symétrie. Voyons son carnet.



Oh ! c'est daté du 23-11. Donc pour G et H Pierrick s'est inspiré de Joëlle en séparant les deux idées de partage et de symétrie. J'aurais dû le signaler : ç'aurait pu être très intéressant. Mais peut-on signaler tout. Non, bien sûr. On passe nécessairement à côté de choses merveilleuses. Mais je ne crois pas que l'auteur de la création, tout au moins, passe à côté. En effet, toute action est enregistrée, inscrite dans l'individu. Et subitement, un jour ou l'autre, en un éclair fulgurant, il saura y revenir pour le mettre en prolongement de ce qu'il viendra de trouver. Aussi, l'enfant peut bien s'inspirer de ses camarades et même les copier rigoureusement. L'usage qu'il fera de cet acquis sera différent, car il l'associera à d'autres éléments.

(I)



En passant, Pierrick semble revenir à l'aire des triangles. Pourtant les nombres qui accompagnent les carrés, ne semblent pas les compter. C'est plutôt, si j'en crois l'addition qui figure sur le côté une reprise des nombres triangulaires (1 + 2 + 3...)

Mais de là on pourrait assez vite aboutir aux coordonnées cartésiennes et au produit cartésien de deux ensembles. On ne peut s'en étonner : le carnet quadrillé conditionne par avance la création, ou du moins elle lui donne un cadre. Mais cette opposition est-ouest, nord-sud est peut-être naturelle à cause de la tendance aux oppositions binaires et complémentaires qui est naturelle à l'homme.

Mais on aurait pu chercher également le calcul de l'aire d'un triangle $\frac{a \times a}{2}$

(J)

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times \ 2 \\ \hline 56 \end{array}$$

Dans cette fièvre de création, il semble que Pierrick fasse une sorte de bilan de ce qu'il connaît, de ce qu'il a cherché. Et il reprend même une multiplication, facile, banale, mais qui ne semble figurer ici que comme symbole. Qui pourra dire ce qu'il y a dans une cervelle enfantine.

(K)

J'ai un couloir qui mesure 5,83 *m de longueur et de largeur* 2,96 *m. Combien peut-on mettre de tables de* 60 *cm de longueur et de largeur* 41 *cm?*

(L)

J'ai une classe qui mesure 7,93 *m de long et de large* 7,41 *m. Combien peut-on mettre de tables de* 74 *cm de large et de* 2,50 *m de long?*

Cette fois, c'est Serge qui est à l'origine de ces inventions. En effet, en ce début d'année j'ai 5 séries d'ateliers : carton, dessin, électricité, collage, mesures. Et dans l'atelier de mesure, il y a des mesures de capacité (et un lavabo avec de l'eau), des mètres, des poids (et une balance), des carrés de mosaïque pour le calcul des aires, etc.

Un jour, Serge s'est mis en devoir de mesurer le couloir en compagnie de Josiane. Et il pose une question :

« Combien peut-on mettre de tables dans le couloir ? »

Il faut dire que les intersections de Pierrick (voir le 18-11) nous avaient conduits au plan de la classe à la suite d'une remarque de Colette. En effet les 24 tables de la classe correspondaient aux 24 intersections de Pierrick. Et peu à peu nous sommes arrivés, par Serge, à la table considérée comme une unité de mesure.

J'en étais assez heureux car, depuis le début de l'année, nous avions eu beaucoup de mathématique, mais quelques problèmes seulement.

Cette fois, nous avons fait à fond les choses. Je sentais bien que nous avions un événement, il fallait l'inscrire à fond dans les êtres. Et puisque on nous demandait combien on pouvait mettre de tables dans le couloir, nous avons pris les vraies tables de la classe et nous les avons rangées, d'abord le long du mur le plus long pour savoir combien nous en aurions dans une rangée. Puis sur la largeur pour savoir combien nous aurions de rangées. Ainsi, nous avons pu dire $9 \times 6 = 54$ tables dans le couloir. Nous avons alors comparé avec les résultats de Serge. Et les résultats différaient. Alors nous nous sommes aperçus que Serge avait oublié de décompter le lavabo qui empêchait de poser les tables sur toute la surface du plancher.

Et la vraie longueur du rectangle où l'on pouvait mettre des tables était plus courte que la sienne. Et l'on avait, une fois de plus : Grand — petit = Moyen. G — P = M.

Je sais bien que vous ne voyez pas très bien les lieux. Mais vous imaginez parfaitement la vie intense qui a présidé à nos recherches.

Naturellement, plusieurs autres enfants ont refait ce qu'avait fait Serge. Il en est toujours ainsi. La classe est aussi une personne. Et l'on sait, après Freinet, que dès qu'une chose a été réussie par une personne, cette personne entame aussitôt la série des répétitions. Et c'est bien qu'il en soit ainsi. Tous les enfants ne sont pas également créateurs. Aussi, il est heureux pour certains qu'ils puissent reprendre ce qui a été apporté par l'un de leurs camarades ouvreurs. Il y a toujours les pionniers et ceux qui se plaisent à élargir la piste ouverte. A chacun son plaisir, à chacun ses préférences. C'est ce qui fait la richesse des groupes.

Mais peu à peu une modification s'est opérée. Les enfants, au lieu de refaire en vrai, dans le vrai couloir avec les vraies tables ce qu'avait fait Serge, l'ont refait en dessinant sur le papier. Et ça a été un pas vers l'abstraction, vers la représentation dépouillée du réel, en attendant le passage à la vision intérieure de la chose (insight) sur laquelle l'esprit peut travailler encore plus à son aise.

Mais la réalisation avec les vraies tables avait été frappante parce qu'elle a fait événement à cause du déplacement des tables, du désordre créé, de l'entassement dans le couloir des tables et des enfants, bref tout le cortège habituel des vrais événements et les divers plans d'intégration par des domaines perceptifs différents. Ajoutons à cela les rires, les discussions : fallait-il prendre n'importe quelle table ou bien rien que les tables à siège attaché ? Ou bien seulement les grandes tables ? Ou bien les tables des petits ? — Non, il faut qu'elles soient toutes pareilles, toutes comme la table de Joëlle.

Il fallait donc une unité de mesure. Je ne l'avais pas fait exprès. Et je n'aurais pu le prévoir. Cette idée s'était imposée tout naturellement à nous. Sans le vouloir, nous avions accédé à une notion importante : calcul de l'aire d'un rectangle avec le dessus de la table comme unité de mesure. Et nous avons eu l'audace d'écrire : aire du couloir > 54 tables.

Mais Denis a apporté une suite imprévue à l'affaire : il a demandé combien pourrait-on mettre de tables si on en mettait aussi dans le sens de la hauteur. Mais je n'ai pas répondu sur le champ parce que je ne voulais pas qu'il y ait de mélange. Je suis payé pour savoir qu'il faut se garder de provoquer la mise en technique de vie de la confusion. Notre notion de calcul de l'aire par nombre d'unités dans la rangée et nombre de rangées, était encore trop fragile. J'ai d'abord pris soin de la consolider avant d'y greffer quoi que ce soit.

Mais un jour, j'ai repris l'idée de Denis et j'ai introduit dans le couloir les tables pour voir combien on en mettait en hauteur. Quelle émotion cette fois : tous les enfants étaient à l'autre bout du couloir pendant que péniblement, en montant sur un marchepied je hissais successivement les 5 tables les unes sur les autres. Mais à cause de la légère inquiétude, de l'équilibre précaire, de l'insolite de cette opération, quand la dernière table a été mise en place, les choses ont été bien mises en place dans l'esprit des enfants. La troisième dimension s'était solidement installée en eux. Et elle ne branlait pas, elle. Et l'on a pu alors parler de rangées et de couches. Et cela a été parfaitement assimilé. Honte à nous : nous avions mis 1 h 30 pour réaliser notre construction. Quel temps perdu ! Alors que ça aurait été si facile de dessiner des cm3 sur le tableau. Mais l'essentiel n'est-il pas de perdre du temps (J.J. Rousseau) 2e citation. Et pour inscrire solidement une notion aussi importante, il ne faut pas hésiter à employer les grands moyens, les hauts moyens. Et tout ce qui frappe l'esprit et qui va dans le sens de l'enfant est excellent.

Dans son deuxième problème « combien peut-on mettre de tables de 250 cm de long et de 74 cm de large ». Pierrick prend pour unité la table de travail manuel du fond de la classe. Et c'est très intéressant. En effet, il s'agit d'une autre unité de mesure. Mais ce qui la rend encore plus intéressante c'est que la table était trop lourde pour être déplacée. Et elle était unique. Alors nous avons été contraints de travailler sur le papier. C'était donc un pas vers le moins concret, vers le plus abstrait. Et puis nous avons constaté qu'il ne suffisait pas de ranger les tables le long du côté le plus long et de calculer ensuite le nombre de rangées car, en mettant les tables dans une autre position on peut quelquefois en mettre plus. Cela nous avons pu le constater au cours de l'étude des nombreux problèmes similaires qui ont fleuri à partir de cet instant. C'était nouveau et imprévu. C'était une nouvelle piste qui s'offrait.

Ainsi se termine la journée du 25-11 qui a été si riche en création chez Pierrick. (12 créations : une journée L).

26 NOVEMBRE

(A)

E	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
X	0	1		3	4		6	7		9	10		12	13		15	16	
$\overline{X}$			2			5			8			11			14			17

E	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
g	0		2	3		5	6		8	9		11	12		14	15		17
$\overline{g}$		1			4			7			10			13			16	

Comme il fallait s'y attendre, Pierrick s'est empressé de reprendre le travail si séduisant de Josiane. C'est là l'une de ses caractéristiques principales : il est sensible à toute nouveauté, à toute nouvelle piste. Il a des antennes qui fonctionnent parfaitement. C'est d'ailleurs pour cette raison que j'avais décidé de le suivre pas à pas : il résume le travail d'exploration de la classe. Et je suis à peu près certain qu'à la fin de l'étude de ses seuls « textes » libres mathématiques, bien peu d'idées importantes de la classe auront échappé à la transcription. Le travail de Josiane consacrait le $\overline{g}$ à la classe $\dot{0}$ (modulo 3). Ici Pierrick construit son $\overline{g}$ sur la classe $\dot{1}$ (modulo 3), c'est-à-dire sur l'ensemble $\{ 1,4,7,10,13,16 \}$. Ce sont les nombres de l'ensemble E qui, divisés par 3 donnent pour reste 1.

Pierrick aurait pu chercher les intersections de ses 4 sous-ensembles

$$X \cap g = \{ 0, 3, 6, 9, 12, 15 \}$$

$$X \cap g = \{ 1, 4, 7, 10, 13, 16 \}$$

$$\overline{X} \cap g = \{ 2, 5, 8, 11, 14, 17 \}$$

$$\overline{X} \cap \overline{g} = \{\phi\}$$

Mais il ne l'a pas fait. Nous non plus d'ailleurs car nous avions un travail de Denis à étudier.

E	1,	3,	1,	3,	1,	3,	1,	3,	1,	3
⌂	1		1		1		1		1	
$\overline{⌂}$		3		3		3		3		3

C'était intéressant parce que E est un ensemble de couples ordonnés. Si l'on prend les premiers termes des couples ordonnés, il ne reste que les seconds. Si l'on remet les deux ensembles on a à nouveau l'ensemble des couples $\{⌂ \cup \overline{⌂} = E\}$
C'était bien abstrait et bien desséché. Mais Denis a dit :

« C'est comme cette rangée avec les garçons et les filles. »

J'ai sauté sur cette idée parce que, maintenant, je sais entendre. Et je sais également que toute réflexion d'enfant peut avoir de riches développements, beaucoup plus que les réflexions de mon esprit sclérosé. Vingt-quatre esprits éveillés sont assurément plus vifs que le mien.

Nous avions : Joëlle Eric Josiane Denis Edith Pierrick

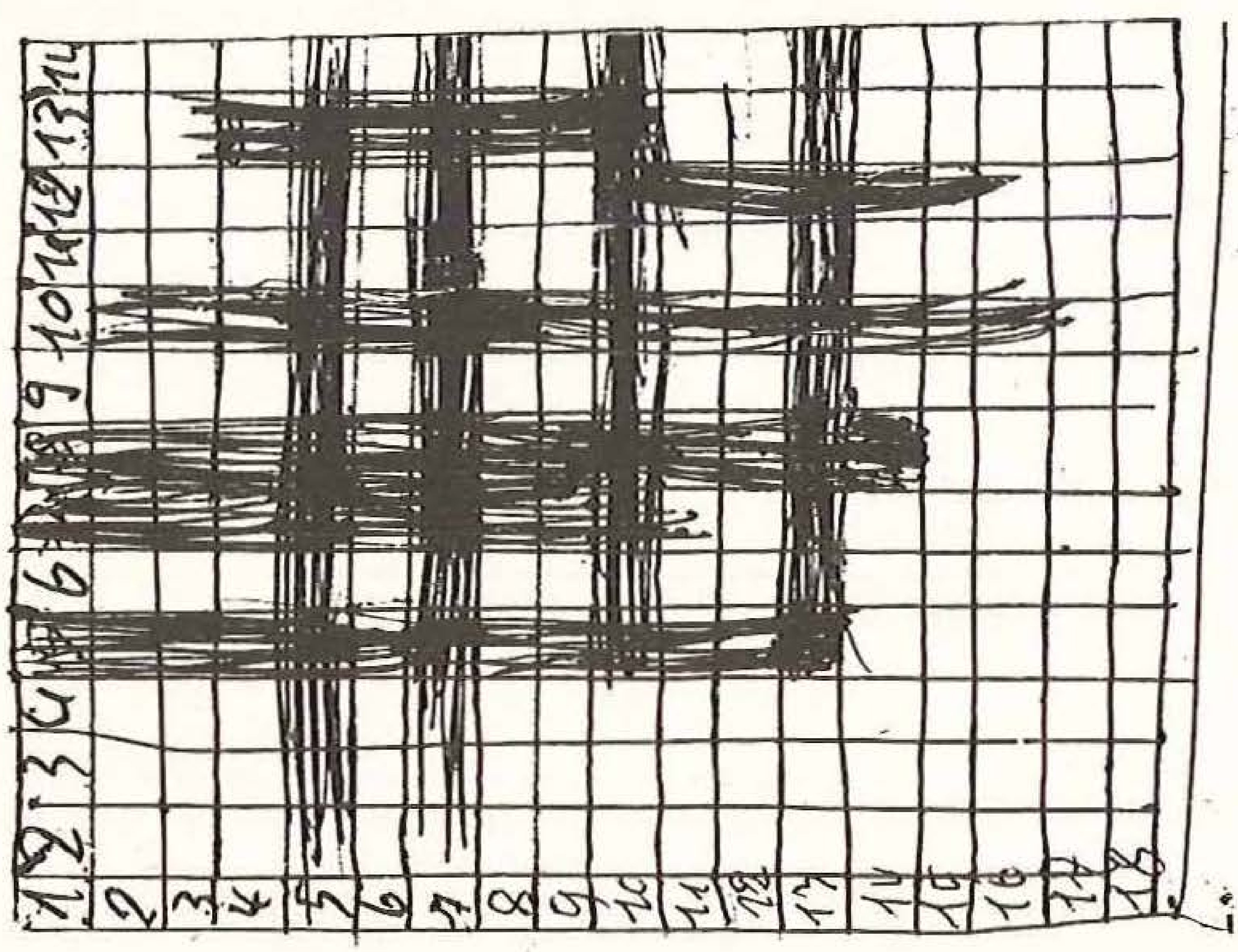
Si les filles s'avancent, il reste les garçons. Les deux sous-ensembles réunis redonnent l'ensemble des couples. Ce sont des couples ordonnés : les couples : filles-garçons.

Vraiment, c'était une riche idée.

Maintenant, je pense qu'on aurait pu dire 1 = oui fille.

On aurait eu 1,0 1,0 1,0. Mais cela importe peu qu'on ne l'ait pas dit.

(B)



Cette fois, je ne me contente pas de recopier le document mais je livre l'original pour montrer combien Pierrick aime raturer et noircir. Ici, il n'y a guère d'intention de calcul car on ne sait trop où s'arrêtent les traits. Je dois signaler que cet enfant, le seul de toute la classe, ne s'est pas encore mis à bien écrire. Il semble qu'il ne puisse pas encore le faire : ses drames n'ont pas encore été extirpés de son être.

Il faut noter que la figure a la forme d'un carré et que les carreaux, le long des bords, sont numérotés, ce qui facilite le calcul du nombre total de carreaux.

Eh ! bien justement je viens de m'apercevoir que la production suivante que je croyais indépendante du travail B est en réalité l'opération qui permet de calculer l'aire du carré, la voici :

(C)

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 18 \\ \hline 44 \\ 19\ \ \\ \hline 234 \end{array}$$

Je ne tremble pas devant cette opération qui après tout n'est pas si mauvaise que cela puisque le 1 absent de la première ligne a été compté comme retenue dans la deuxième ligne. D'ailleurs, je sais bien que les programmes que je me suis donnés ne comportent pas de calcul (jusqu'à Noël, tout au moins). Mais je sais aussi mes responsabilités. Je suis tranquille : les enfants que je donnerai au C.M. (qui reste dans le cadre de l'ancien programme) sauront tout de même faire leurs opérations.

Voyons maintenant la création D.

(D)

si noir + blanc = blanc no
alors blan no — blan = noir
et bla no — no = b

Tiens, cela se raccorde également à la création B de Pierrick. Ici, dans l'écriture, il y a une tentative d'économie donc de mathématisation par le passage à la symbolisation. « blanc no » signifie : Ens. des blancs $\cup$ E. des noirs. Et dans les lignes suivantes, il devient « blan no » puis « bla no » Et blanc $\rightarrow$ blan $\rightarrow$ bla $\rightarrow$ b.

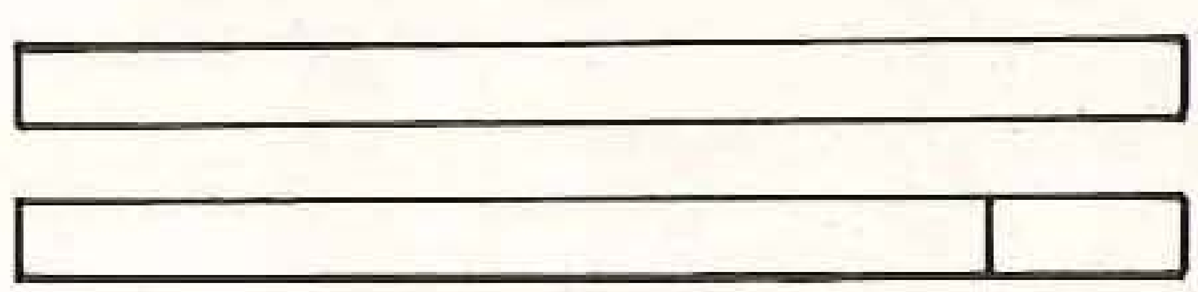
En dessous Pierrick a ajouté :

tout — $\cap$ = e

Cela signifie tous les noirs moins ceux qui sont à l'intersection = l'ensemble des noirs.

Là Pierrick se trompe : on le lui montre en rappelant la formule qu'il essayait de retrouver $(H \cup V) - (H \cap V) =$ Carrés noirs (voir le 18-11 B).

(E)



$7 + 12 = 19$

$$\begin{array}{rrcrcr} \text{si} & 12 & + & 7 & = & 19 \\ \text{alors} & 19 & - & 7 & = & 12 \\ \text{et} & 19 & - & 12 & = & 7 \end{array}$$

On le voit, le rappel du « tiercé » pour les noirs, les blancs et les noirs-et-blancs a remis en mémoire les tiercés du tout début de l'année. Avec une différence toutefois car il y a quatre lignes si l'on tient compte de la commutativité de l'addition.

Quelques jours plus tard, Ginette a voulu imiter le célèbre co + chon = cochon en partant de son nom. Elle a écrit :

gi + nette = ginette
nette + gi = ginette
ginette — gi = nette
ginette — nette = gi
ginette + ginette = ginette

La critique a immédiatement porté sur la dernière ligne :

ginette + ginette = 2 ginettes.

Si j'y avais pensé, j'aurais pu amorcer les lois d'absorption en introduisant : nombre pair + nombre pair = nombre pair. Et cela aurait intrigué les enfants.

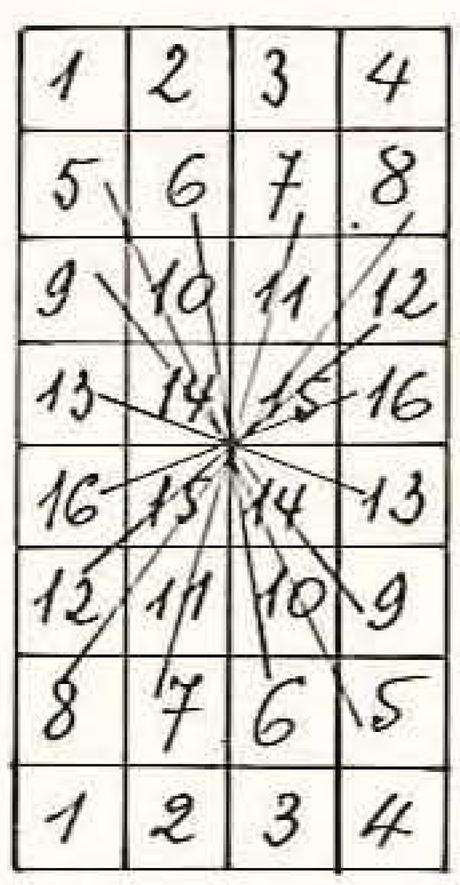
Mais nous avions assez à faire avec : nette + gi = ginette.

En effet, en réalité nette + gi = nettegi.

Et on a bien vu que, contrairement aux cardinaux il y a un ordre pour les syllabes. Et l'ordre de succession des sons a de l'importance. C'était vraiment une idée nouvelle. Alors nous avons passé en revue tous les noms de la classe en les mettant à l'envers. Quels éclats de rire ! Dans la classe à côté, l'institutrice devait penser : « Ils doivent encore faire des mathématiques ».

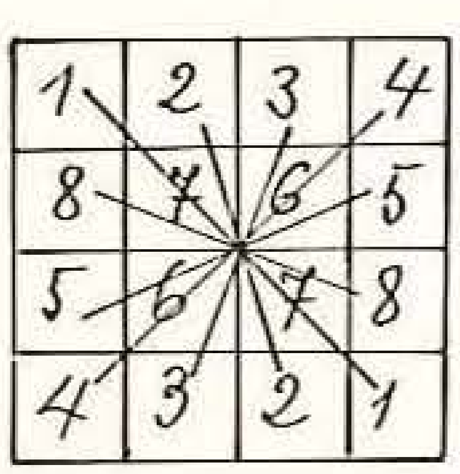
Mais découvrir que les réunions de syllabes ne sont pas commutatives comme les réunions de cardinaux d'ensemble, est-ce que, vraiment, ça n'autorise pas une bonne quantité de rires. Et c'est une ouverture sur la linguistique.

(F)



Cette réalisation témoigne de la sensibilité de Pierrick à l'idée de symétrie lancée par Joëlle. Mais au lieu de mettre en correspondance comme le 25-11 (H) des nombres rangés en cercle, Pierrick pose la grille de la symétrie sur un quadrillage numéroté. Il en est toujours ainsi : soit volontairement pour créer du neuf, soit involontairement les enfants reprennent souvent « à côté » les idées de leurs camarades. En quelque sorte, ils les développent en les étendant à d'autres domaines, par dérivation pour ainsi dire. Ici sagement, Pierrick n'a pas relié les 1,2,3,4 parce qu'il avait oublié d'inverser les nombres.

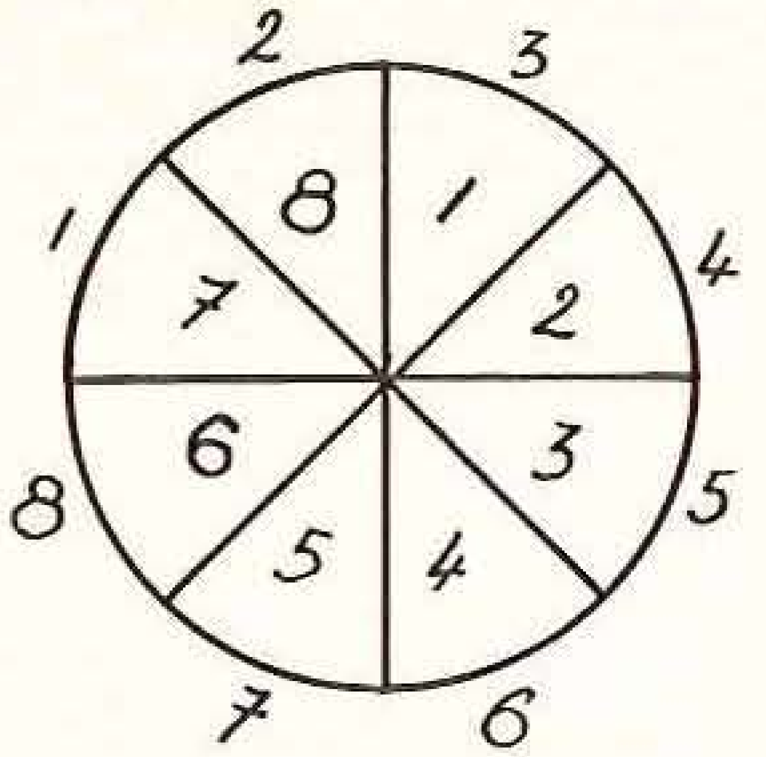
(G)



Par contre dans ce carré si agréable de perfection, il n'y a aucune erreur. Et pourtant c'était difficile puisque devait correspondre à

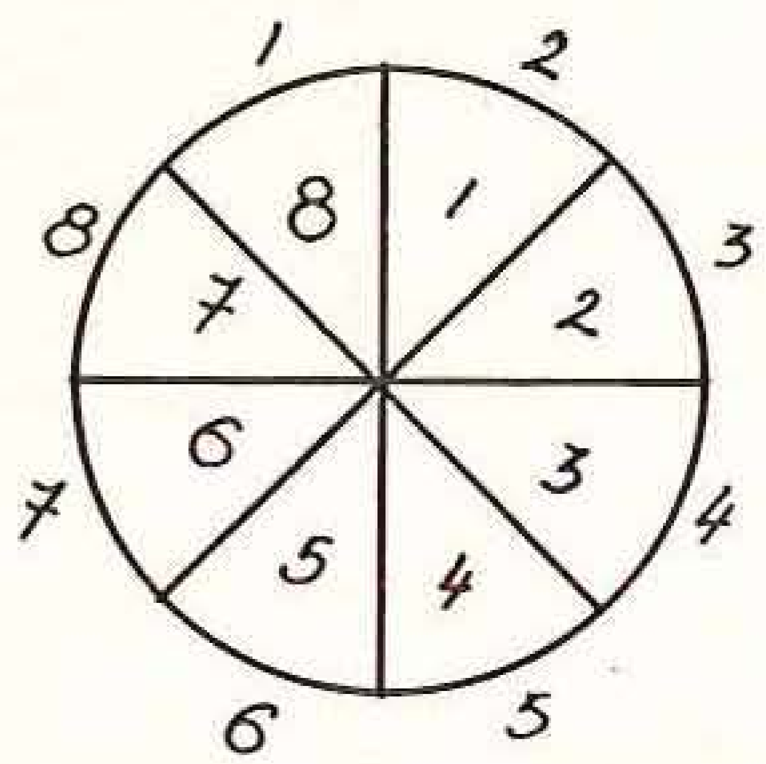
Et on peut voir qu'il s'agit ici d'une symétrie par rapport à un point (le centre 0) alors que pour 1234 dans la figure précédente, il y avait une symétrie par rapport à la médiane horizontale.

(H)



Là nous avons affaire à une reprise d'une création de Ghislaine. Je ne l'avais même pas notée sur mon cahier lorsque j'avais fait le recensement de tout ce que j'avais mis sur le tableau pour le lendemain. Vous savez comment je travaille : chaque soir je consulte la moitié des carnets du CE2 et la moitié des carnets du CE1. Et je porte sur le tableau double, les créations qui m'apparaissent les plus riches et les plus susceptibles de développements. (Je ne peux tout mettre : je suis contraint de faire un choix). Et pour me souvenir, je note très rapidement sur mon cahier ce que l'on va étudier. Et le lendemain, je précise sur ce cahier les développements qui se sont produits, s'il y en a eu.

Ghislaine avait écrit :



Je ne savais pas au départ ce qui pouvait sortir de cette réalisation manifestement fautive. (Il faut vous dire que si Pierrick est le « développant », Ghislaine est « l'erronante ». Et elle est précieuse dans le groupe parce qu'elle ouvre beaucoup de portes nouvelles.) Mais je l'avais tout de même portée au tableau, cette création. En effet, maintenant, j'ai de l'expérience et je sais que je ne puis jamais préjuger de ce que trouveront les enfants. C'est d'ailleurs reposant. S'il fallait me casser la tête chaque soir pour prévoir ce que cela va donner ! Heureusement, je sais que les enfants me valent 100 fois : ils sont vigilants, ardents, perspicaces, minutieux, inventifs.

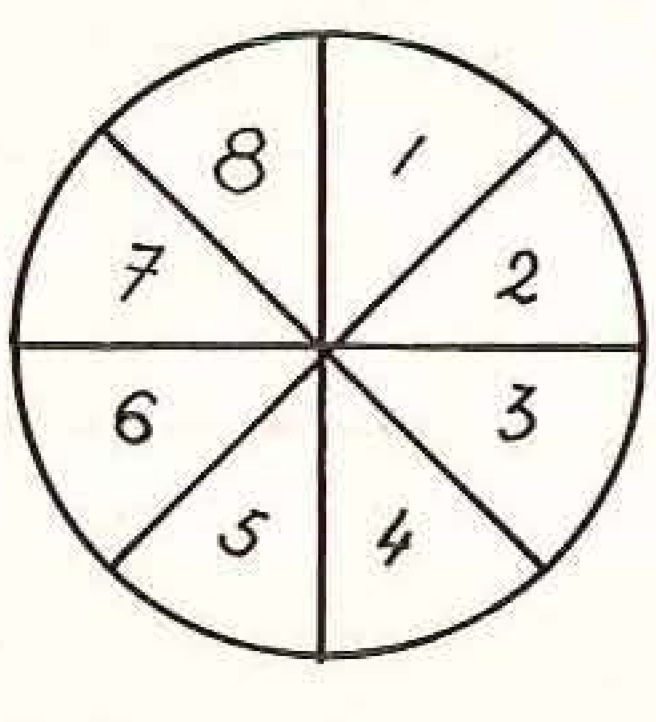
Ghislaine a reconnu qu'elle s'était trompée : elle voulait faire se correspondre les chiffres intérieurs et extérieurs. Denis dit : « Il y a un décalage, parce que ça a tourné ».

J'enchaîne : « Oui il y a une rotation. De combien ? »

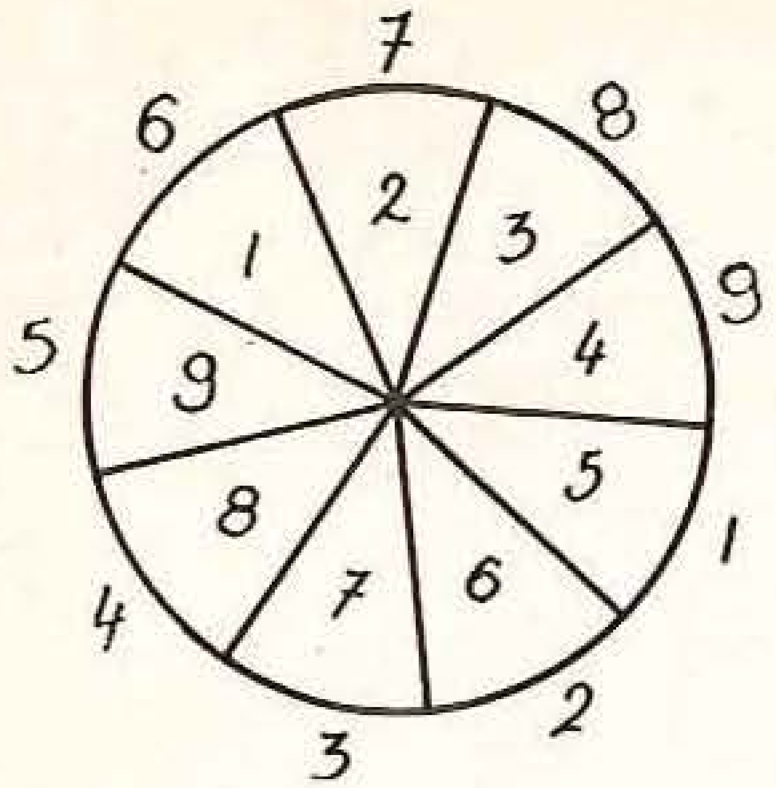
Personne ne souffle mot. Je prends une règle dans la main, je cogne sur le radiateur, je fais un tour sur moi-même et je recogne sur le radiateur : « Qu'est-ce que j'ai fait ? — Un tour. — Et Ghislaine ? — Un demi-tour. — Voilà le demi-tour. Ah ! non c'est un quart, non un 1/8 de tour (Denis). Monsieur dit Pierrick, cela fait 90°. — Qu'est-ce qui fait 90° ? — Un angle droit. Et celui de Ghislaine. — Un demi-angle droit, c'est 45°. — Et tout le tour — 360°. »

Voilà. Je ne m'attendais certes pas à tomber sur des rotations et des mesures d'angles.

Le lendemain, une création de Colette reprend exactement celle de Ghislaine.



Mais avec cette différence que cette fois le décalage, je veux dire la... la quoi ? — La... ro... la... ro... la tation... la rotation est dans l'autre sens.

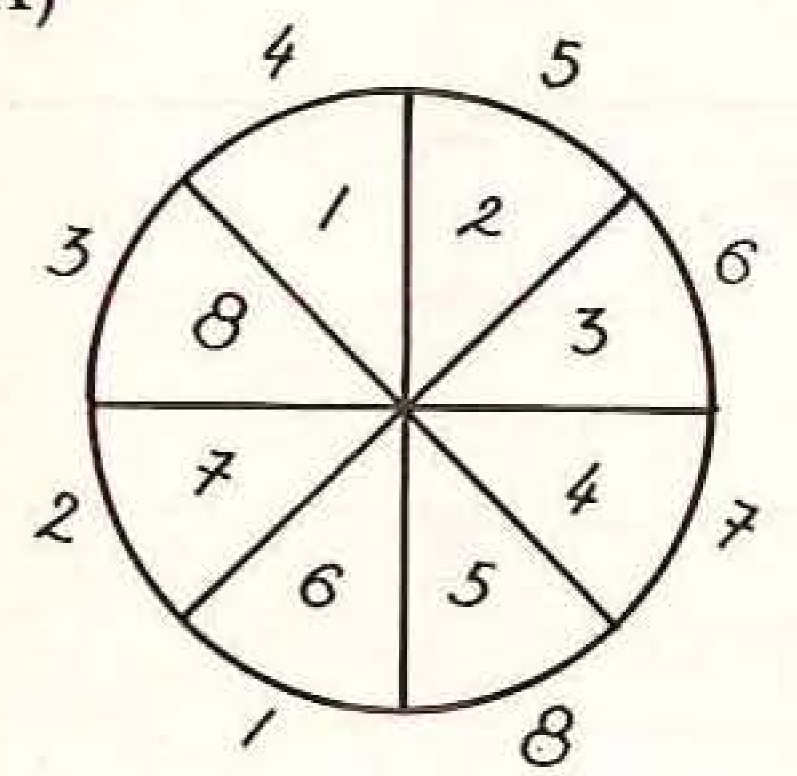


Avec H et I nous abordons les fractions. Pour H la rotation est de 2/8 de tour. Mais pour I elle est de 4/9 de tour. Nous calculons $1/9 = 40^{o}$ et $4/9 = 160^{o}$. Alors nous décrochons le grand rapporteur.

Et puis on nous apporte des boussoles, un compas de bateau, et des photos de bateau avec des radars. Et puis on s'aperçoit de l'existence du globe terrestre qui est plein de degrés sur toutes les coutures. Et puis, nous sommes bientôt en décembre et le matin nous sommes en classe avant le lever du soleil. Et on voit la photo de Zond 5 qui montre le clair de terre. Et tout ceci contribue à donner au mot rotation une valeur cosmique. Ah ! Ghislaine, Ghislaine !

27 Novembre

(A)



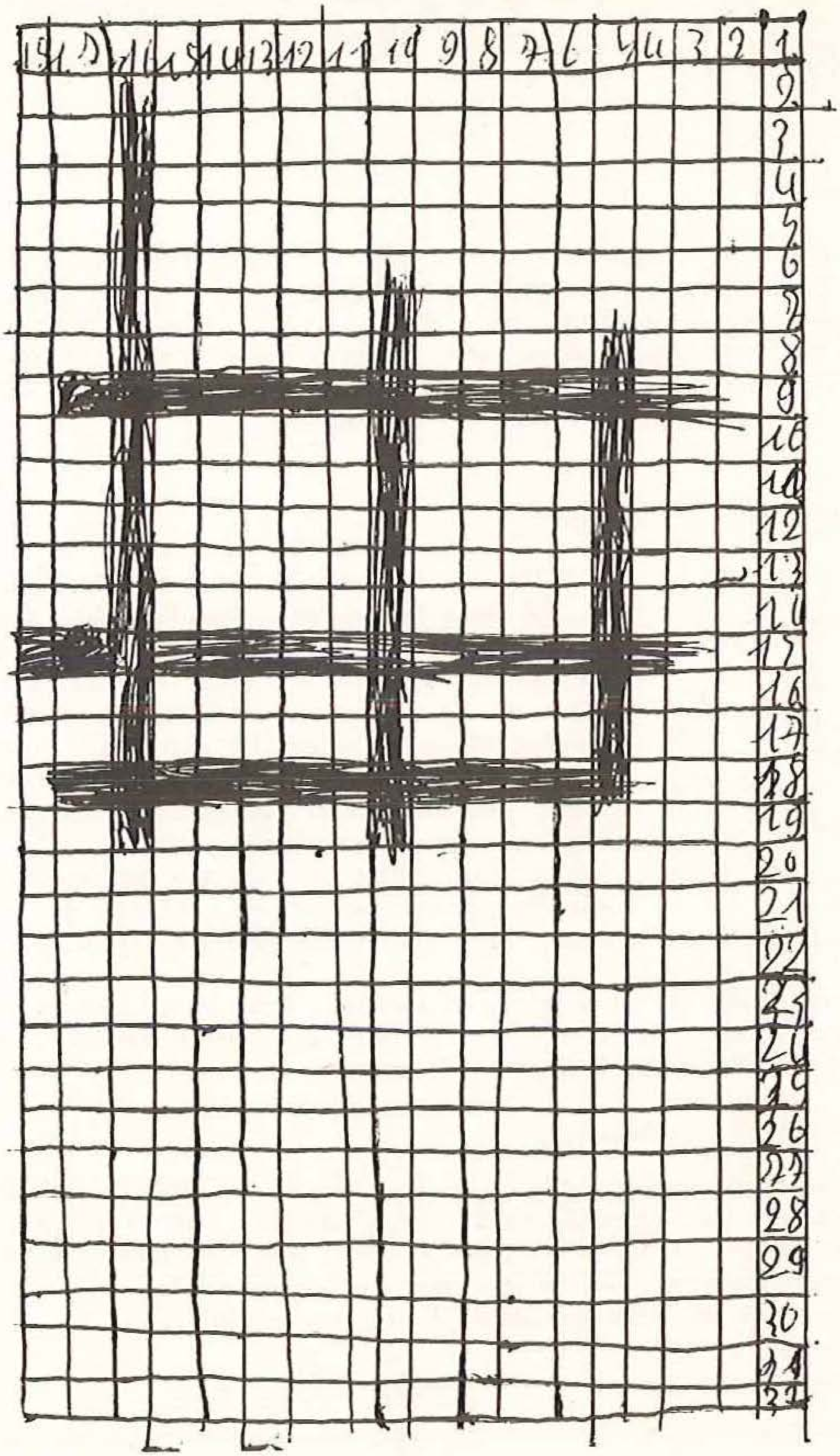
Reprise des rotations avec un décalage, une rotation de 3/8 dans le sens des aiguilles d'une montre. Je dis, malgré moi : un décalage, une rotation parce que nous en sommes à peine au début de l'acceptation du mot rotation. Et pendant tout le temps nécessaire, je vais employer conjointement les deux mots jusqu'à ce qu'on puisse dire indifféremment l'un pour l'autre. A ce moment, je n'emploierai plus que le mot rotation qui est d'ailleurs plus spécialisé puisqu'il y a déplacement autour d'un centre ou d'un axe. Si par hasard, un doute survenait dans l'esprit des enfants, je reprendrais les deux termes pendant un moment. Mais dès maintenant « rotation » me semble bien intégré.

Pour travailler sur la création de Pierrick, nous avons fait tourner une table entre les autres tables. Et cette fois-ci, c'était l'association du mouvement, du bois et du bruit qui contribuait à fixer la référence.

(B) - *(Croquis page suivante)*

Voici une création qui témoigne une fois de plus que les enfants cèdent souvent à la tentation du maximum. Et pour le réaliser, ils ont un courage phénoménal. Cette fois, le travail est mieux exécuté. Il s'agit plus de mathématique que de ratures et de noircissement. Ici, nous avions tout ce qu'il fallait pour effectuer des calculs intéressants. Pierrick a calculé l'aire du rectangle.

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 32 \\ \hline 36 \\ 54\ \\ \hline 576 \end{array}$$



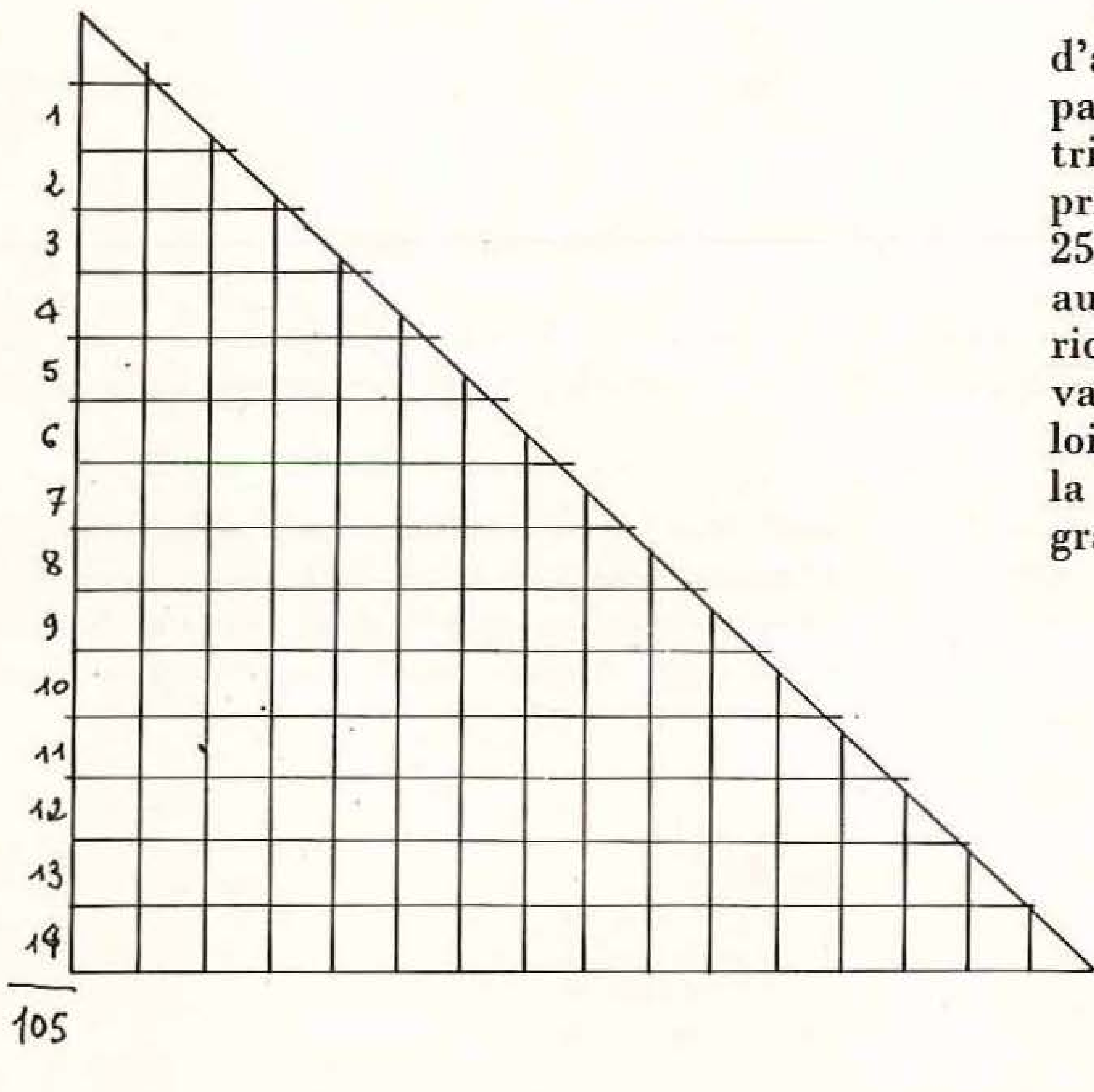
30 NOVEMBRE

(A)

```
43210506 | 2
03       | 21605253
 12      |
  01     |
   10    |
    05   |
     10  |
      06 |
       0 |
```

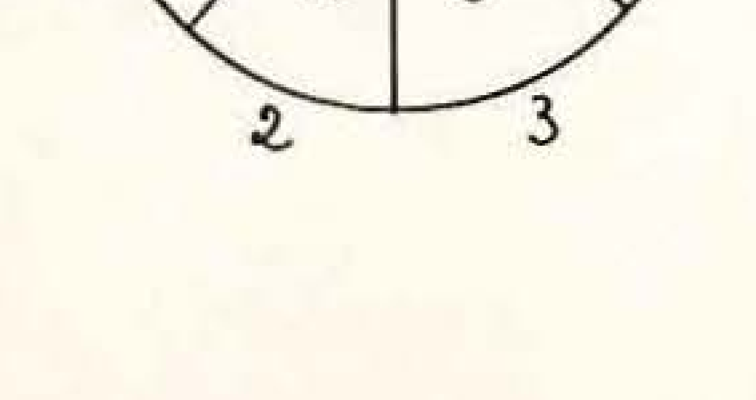
Pierrick reprend son étude des opérations. Quelles sont ses intentions ? Peut-être tient-il à procéder par ordre et à entamer la série des divisions par 2,3,4,5, etc.

(B)



C'est encore un calcul d'aire. Calcul qui est effectué par l'addition des nombres triangulaires. C'est la reprise du travail effectué le 25-11. Je crois que c'est aussi une tendance de Pierrick de reprendre ses travaux en les poussant plus loin, surtout sur le plan de la quantité ou de la plus grande dimension.

(C)



Là encore reprise de la création du 27-11 avec cette fois reprise, volontaire ou non, de l'erreur de Colette qui avait placé les nombres extérieurs dans le sens contraire. Pour que deux nombres de 8 soient au voisinage l'un de l'autre, il faut une rotation. Mais je n'ai pas vu qu'il y avait deux sens possibles pour trouver le nombre cherché. C'était intéressant car il y avait la recherche du complément au tour. Par exemple pour 3, il fallait une rotation de 2/8 dans un sens et de

6/8 dans l'autre sens. Je ne regrette pas trop de ne pas y avoir pensé car, c'est maintenant dans mon esprit. Et si des créations du même genre tombent sous mes yeux, un jour ou l'autre, je saurai mieux les recevoir.

Mais il me faudra la critique de Hervé pour comprendre qu'on pouvait mettre les nombres en correspondance à l'aide d'une rotation de 180° *dans l'espace* et non plus simplement *dans le plan*. C'est alors une rotation autour d'un diamètre et non plus autour du point central. Je vous signale dès maintenant que cette idée est très accessible aux enfants qui ont même vu la commutativité des rotations :
rotation dans le plan + rotation dans l'espace = rotation dans l'espace + rotation dans le plan.

★

Voici terminée la présentation de cette première partie.

Si vous êtes allés jusqu'au bout de votre lecture, j'admire votre courage. Car je ne me dissimule nullement que cette brochure est beaucoup plus pénible à lire que celle du CE1.

Il faut dire que ce qui m'a conduit ici, ce n'est plus l'enthousiasme de la découverte d'une nouvelle voie (la création enfantine) mais l'étude scrupuleuse du comportement « total » d'un enfant marchant librement dans la mathématique. Aussi le texte n'a subi aucun montage. Seuls, les dessins ont été refaits pour l'édition. Il faut peut-être le regretter.

★

La deuxième partie de cette édition paraîtra dans le Dossier pédagogique n° 60-61.

Ce dossier sera servi aux abonnés à l'Educateur pour l'année 70-71.

Il sera également en vente à la C.E.L., B.P. 282 - 06 CANNES au prix de 2,50 F.

DES OUTILS
POUR LE TRAVAIL INDIVIDUEL DES ÉLÈVES

●

BANDES ENSEIGNANTES (programmées)

Pour l'initiation mathématique des classes élémentaires :

« L'ATELIER DE CALCUL » (du CE au CM et classes de perfectionnement) basé sur l'expérimentation mathématique et la concrétisation du calcul pour l'étude des longueurs, poids, capacités, temps, monnaie, température, figures géométriques, fractions, partages...

30 bandes dont la 1re spécialement établie pour l'aménagement et l'installation de l'atelier de calcul.

Pour la recherche et la création mathématique :

« L'ATELIER MATHEMATIQUE »

Ces bandes sont les comptes rendus de recherches effectuées dans les classes et programmées par les enfants eux-mêmes, avec l'aide du maître.

C'est donc une forme de programmation naturelle placée sous le signe de l'expression et de la communication.

Mais en même temps qu'elles sont à l'origine d'un travail programmé, elles ouvrent des voies aux recherches libres.

Actuellement : 10 bandes livrables (symbolisations - permutations - quadrillages - classements - retournements - déplacements - coordonnées...)

LIVRETS PROGRAMMÉS

Une autre formule pour le travail individuel, sur le même principe que les bandes programmées, avec plages demandes, plages réponses, plages ouvrant des pistes de recherche...

Un complément au calcul vivant permettant aux enfants de travailler individuellement sur des situations mathématiques (et en particulier numériques) courantes en respectant au maximum les divers modes de raisonnement.

Ces livrets sont groupés par séries de 10 sur un même concept mathématique :

Série C.3 (0 à 9) Application linéaire
Série B.1 (0 à 9) Ensembles-relations. (à paraître)

Tous autres renseignements : CEL - BP 282 - 06 - CANNES

Paraît sous la responsabilité juridique de l'Institut Coopératif de l'École Moderne - Pédagogie Freinet - 06 - Cannes — Président : Fernand DELÉAM. Responsable de la rédaction : Michel BARRÉ — Printed in France by Imprimerie CEL — Cannes — Dépôt légal : 3e trimestre 1970 — N° d'édition 267 — N° d'imp. 1 605 — Prix du numéro simple 1,50 F